

九十七學年度第二學期

大學入學指定科目第二次聯合模擬考試

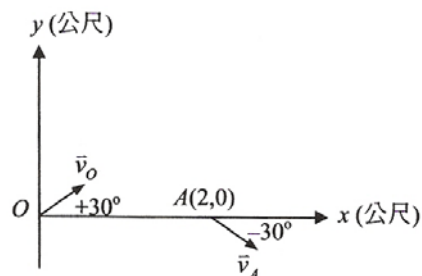
物理科 試題詳解

湯烈漢 老師編解

第壹部分：選擇題

一、單一選擇題：

1. 一質點在 $x-y$ 光滑平面上作等速率圓周運動，如右圖所示； $t=0$ 瞬間，通過原點 O 的瞬時速度 $\vec{v}_0$ ，其方向與 $+x$ 軸夾角為 $+30^\circ$ ；至 $t=2$ 秒瞬間，首次通過 $A(2,0)$ 的瞬時速度 $\vec{v}_A$ 與 $+x$ 軸夾角變為 -30° ， $|\vec{v}_0| = |\vec{v}_A|$ 。質點的加速度量值為若干公尺/秒²？



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\pi^2}{18}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (D) $\frac{2}{9}\pi^2$ (E) $\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi^2$

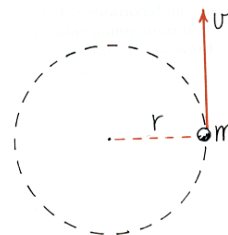
【參考答案】：(B)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—運動學

【解題策略】：等速率圓周運動：

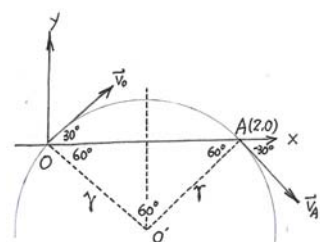
$$\left\{ \begin{array}{l} a_n : \text{向心加速度} \left(\frac{m}{\text{sec}^2} \right) \\ v : \text{切線速率} \left(\frac{m}{\text{sec}} \right) \\ r : \text{旋轉半徑} (m) \end{array} \right. \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$



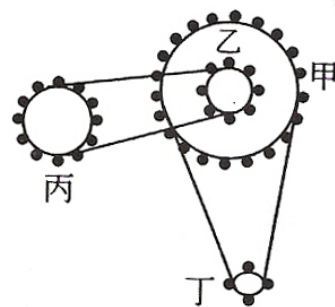
【試題解析】：(1) 質點在 $x-y$ 光滑平面上進行等速率圓周運動：

$$O \rightarrow A \xrightarrow{\text{右圖}} \left\{ \begin{array}{l} (r \cdot \cos 60^\circ) \times 2 = 2, r = 2m \\ v = \frac{(2\pi \cdot 2) \times \frac{60^\circ}{360^\circ}}{2} = \frac{\pi}{3} \frac{m}{\text{sec}} \end{array} \right.$$

$$(2) \text{ 依 } a_n = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{\text{承(1)}} a_n = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^2}{2} = \frac{\pi^2}{18} \frac{m}{\text{sec}^2}$$



2. 右圖所示為一齒輪傳動系統，已知各齒輪之齒寬與齒距皆相同，連結鏈條與各齒輪完全吻合，各齒輪轉軸均固定且互相平行，甲、乙兩齒輪同軸，各齒輪傳動順暢不受阻力。已知甲、乙、丙、丁四齒輪齒數比為5:2:3:1，則經一段時間後，丙轉過的齒數是丁轉過齒數的多少倍？



- (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) $\frac{15}{2}$

【參考答案】：(B)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—轉動

【解題策略】：齒輪傳動系統：

(1) 齒數比 = 圓周長比 = 半徑比 $\frac{N_1}{N_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1}{r_2}$

(2) 兩輪傳動系 — $V = r\omega = \text{const.}$

【試題解析】：(1) 依 $V = r\omega$ 傳動系統, $V = \text{const.}$ $\rightarrow \omega \propto \frac{1}{r} \propto \frac{1}{n(\text{齒數})}$:

$$\begin{cases} \text{乙, 丙} \rightarrow \frac{\omega_{\text{乙}}}{\omega_{\text{丙}}} = \frac{3}{2} \\ \text{甲, 丁} \rightarrow \frac{\omega_{\text{甲}}}{\omega_{\text{丁}}} = \frac{1}{5} = \frac{3}{15} \end{cases}$$

又甲、乙兩輪同軸，故其角速率相同， $\omega_{\text{甲}} = \omega_{\text{乙}}$

$\therefore \omega_{\text{甲}} : \omega_{\text{乙}} : \omega_{\text{丙}} : \omega_{\text{丁}} = 3 : 3 : 2 : 15$ ，即 $\frac{\omega_{\text{丙}}}{\omega_{\text{丁}}} = \frac{2}{15}$

(2) 齒輪轉過齒數 $N = \omega \times n$ $\frac{N_{\text{丙}}}{N_{\text{丁}}} = \frac{2 \times 3}{15 \times 1} = \frac{2}{5}$

3. 右圖所示，一絕緣牆壁上有一個固定的帶電質點A，在A點正上方的O點，用絕緣細線懸掛另一帶電質點B，而兩質點相互排斥，使細線偏離了鉛直方向，由於跟空氣接觸，造成A、B兩質點的帶電量極緩慢的減少，則在電荷漏完之前，細線的張力大小變化如何？

- (A) 逐漸變小 (B) 逐漸增大 (C) 保持不變
(D) 先變大後變小 (E) 先變小後變大

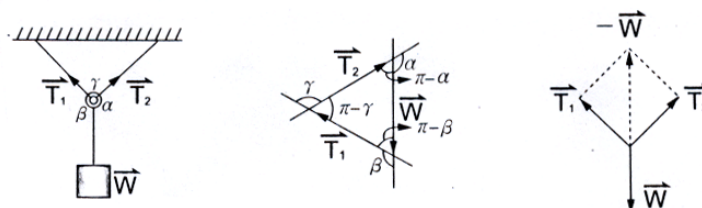
【參考答案】：(C)

【考題難度】：★★★★

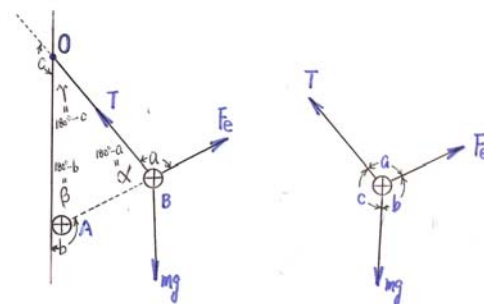
【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—電磁學

【解題策略】：三力平衡：

$$\vec{W} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0 \quad \frac{W}{\sin \gamma} = \frac{T_1}{\sin \alpha} = \frac{T_2}{\sin \beta} \quad (\text{拉密定理})$$



【試題解析】：取帶電質點B為隔離體圖，如下圖所示。



(1) 列取拉密定理：
$$\frac{mg}{\sin a} = \frac{T}{\sin b} = \frac{F_e}{\sin c}$$

(2) 又
$$\begin{cases} a + \alpha = 180^\circ \\ b + \beta = 180^\circ \quad (\text{兩兩互補}) \\ c + r = 180^\circ \end{cases}$$

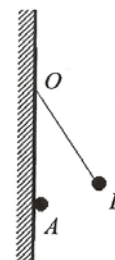
$$\therefore \frac{mg}{\sin(180^\circ - a)} = \frac{T}{\sin(180^\circ - b)} = \frac{F_e}{\sin(180^\circ - c)}$$

即
$$\frac{mg}{\sin \alpha} = \frac{T}{\sin \beta} = \frac{F_e}{\sin r} \dots\dots\dots (a)$$

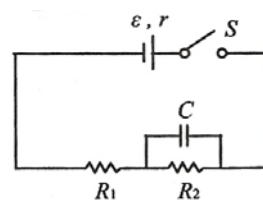
由 $\triangle OAB$ ：
$$\frac{\overline{OA}}{\sin \alpha} = \frac{\overline{OB}}{\sin \beta} = \frac{\overline{AB}}{\sin r} \quad (\text{正弦定律}) \dots\dots\dots (b)$$

由 $\frac{(a)}{(b)}$ ，得
$$\frac{mg}{\overline{OA}} = \frac{T}{\overline{OB}} = \frac{F_e}{\overline{AB}}$$

(3) 當A、B兩質點的帶電量極緩慢的減少，則 $r \downarrow$ ，但 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$ 長度不變，故細繩張力 $T = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \times mg = \text{const.}$ (不變)



4. 右圖所示的電路中，電源電動勢 ε 為 $9V$ ，其內電阻 r 不可忽略，電阻 $R_1 = 20\Omega$ 、 $R_2 = 30\Omega$ ，電容 $C = 5\mu F$ ，關上開關 S 一段時間後，使電容充電完畢且形成斷路，通過 R_1 的電流為 $0.16A$ ，此時內電阻所消耗的電功率為若干瓦特？



- (A) 0.16 (B) 0.32 (C) 0.58 (D) 0.93 (E) 1.15

【參考答案】：(A)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—電磁學

【解題策略】：(1) 電容充電完畢，形成斷路。

(2) 直流串聯電路的特性：

① 流經各電阻器的電流均相等，且等於總電流。

$$i_1 = i_2 = i_3 = \cdots = i_n = I$$

② 各電器電壓的總和，等於總電壓。

$$V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_n = V$$

③ 等效電阻— $R_T = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$

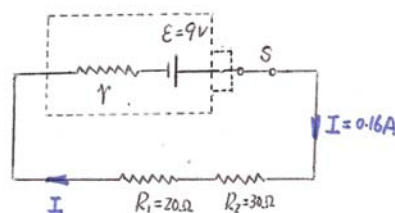
④ 依 $P = I^2 R \xrightarrow{I=\text{const.}} P \propto R$

即串聯電路中，電阻愈大者，電功率愈大（發熱愈多、愈亮）。

【試題解析】：當電路中的電容充電完畢，則形成斷路，整個電路成「直流串聯電路」。

依 $R = \frac{V}{I}$ $r + 20 + 30 = \frac{9}{0.16}$ ， $r = 6.25\Omega$

又 $P = I^2 R$ $P_r = 0.16^2 \times 6.25 = 0.16W$



5. 一束光線以 50° 入射角從真空入射到透明的平板材料，已知平板材料的折射率大於1，若入射光的一部份被反射，一部份被折射，設折射線與反射線的夾角為 θ ，以下何者可能是 θ 的值？

(A) 40° (B) 50° (C) 105° (D) 140° (E) 條件不足，無法判斷

【參考答案】：(C)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準－幾何光學

【解題策略】：司乃耳定律：
$$n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

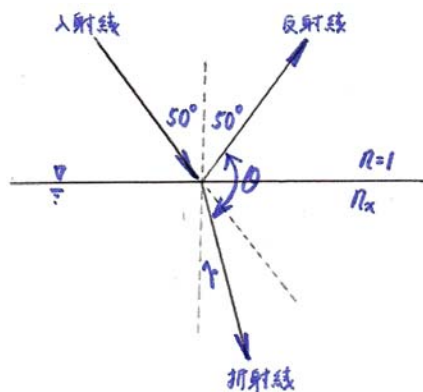
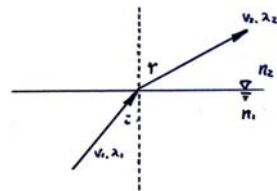
【試題解析】：依題意繪出光在平板材料界面上的折射、反射情形：如下圖所示

由 $n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$ 光由真空 ($n=1$) 入射到透明的平板材料 (n_x)

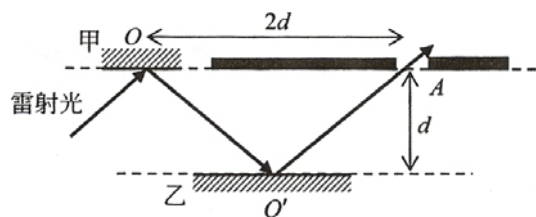
$$\frac{\sin 50^\circ}{\sin r} = \frac{n_x}{1} \begin{cases} \because n_x > 1 \\ \therefore 0^\circ < r < 50^\circ (\text{偏向法線}) \dots (1) \end{cases}$$

$$\text{又 } \theta = 180^\circ - 50^\circ - r = 130^\circ - r$$

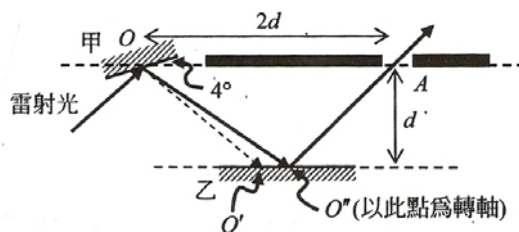
$$\therefore r = 130^\circ - \theta \xrightarrow{\text{代入(1)式}} 0^\circ < 130^\circ - \theta < 50^\circ, 80^\circ < \theta < 130^\circ$$



6. 互相平行的甲、乙兩平面鏡，兩鏡面的垂直距離為 d 。將一雷射光以 45° 的入射角射向甲鏡，再經由乙鏡反射後，恰通過牆壁上之小洞 A，如下圖 (a) 所示。若將甲鏡逆時針轉動 4° ，以到達乙鏡之入射光點 O'' 為轉軸，如下圖 (b) 所示，此時須將乙鏡如何調整，才能讓雷射光再度通過 A 洞？



(a) 甲鏡旋轉前



(b) 甲鏡旋轉後

- (A) 將乙鏡逆時針轉動約 $3^\circ \sim 5^\circ$ 之間
 (B) 將乙鏡逆時針轉動約 $8^\circ \sim 10^\circ$ 之間
 (C) 將乙鏡順時針轉動約 $1^\circ \sim 3^\circ$ 之間
 (D) 將乙鏡順時針轉動約 $7^\circ \sim 9^\circ$ 之間
 (E) 無論如何調整都無法讓雷射光通過 A 洞

【參考答案】：(B)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準－幾何光學

【解題策略】：光槓桿原理：

若入射光線的方向不變，當平面鏡轉動 θ 角時，則反射光線會轉動 2θ 角。

【試題解析】：(1) 依據光槓桿原理，將甲平面鏡逆時針轉 4° ，則反射線會改變 8° ，即 $\angle BOO'' = 45^\circ + 8^\circ = 53^\circ$ 。

(2) 若乙平面鏡不轉動，根據光的反射定律，光線經乙平面鏡 O'' 反射後射到牆壁的点 A' ，且 $\angle DA'O'' = 53^\circ$ 。

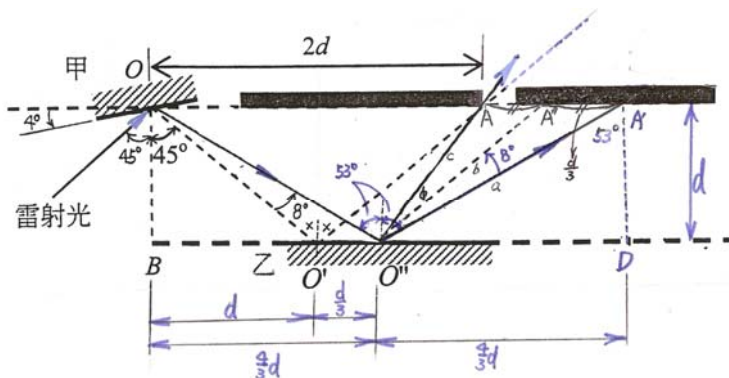
(3) 今欲使反射光線能通過小洞 A，需將乙平面鏡沿逆時針轉動。若乙平面鏡沿逆時針方向轉動 4° ，則反射後的光線 $O''A''$ 與 $O'A$ 平行，此時無法將光線射入小洞 A。為此需將乙平面鏡再沿逆時針方向多旋轉一角度 $\angle A'O''A$ ，才能使反射光線 $O''A$ 進入小洞 A。故乙平面鏡之反射光線改變的角度為 $\angle A'O''A$ ，如下圖所示。

① 由 $\Delta A'O''A''$ 面積 = $\Delta A'O''A$ 面積 (同底等高)

$$\text{得 } \frac{1}{2} ab \sin 8^\circ = \frac{1}{2} bc \sin \phi \xrightarrow{a > c} 8^\circ < \phi$$

$$\therefore \angle A'O''A = \angle A'O''A'' + \angle A''O''A > 16^\circ$$

② 依據光槓桿原理，乙平面鏡需沿逆時針方向轉動 $\theta > \frac{16^\circ}{2} = 8^\circ$



7. 兩帶電小球，帶電量分別為 $2Q$ 、 $-Q$ ，半徑為 $2:1$ ，當其距離為 d （ d 遠大於小球半徑）時，庫倫吸引力大小為 F 。以一導線兩端連結小球一段時間後，拆除導線，此時兩小球間作用力為何？

- (A) 吸引力，大小為 $\frac{1}{9}F$ (B) 吸引力，大小為 $\frac{2}{9}F$
 (C) 吸引力，大小為 F (D) 排斥力，大小為 $\frac{1}{9}F$
 (E) 吸引力，大小為 $\frac{2}{9}F$

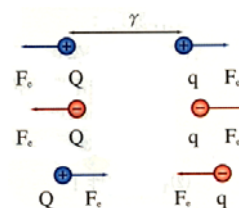
【參考答案】：(D)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準－電磁學

【解題策略】：(1) 庫倫定律：由法國科學家庫倫提出

$$F_e = k \times \frac{Q \cdot q}{r^2} \begin{cases} F_e: \text{靜電力}(N) \\ k: \text{庫倫常數}(9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2) \\ Q, q: \text{兩帶電體的帶電量}(C) \\ r: \text{兩帶電體間的距離}(m) \end{cases}$$



(2) 帶電量 Q 的金屬球，其表面電位為 $V = \frac{kQ}{R}$ （ R 為金屬球半徑）。

(3) 兩金屬球相接觸達等電位體， $V_{\text{表面}} = \text{const.}$ 。

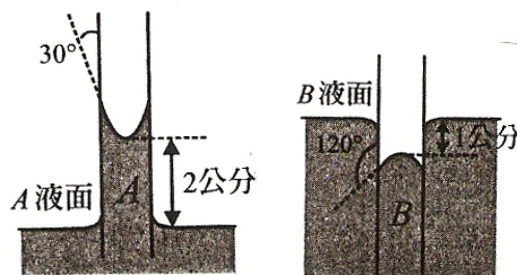
【試題解析】：(1) 依 $F_e = k \times \frac{Q \cdot q}{r^2} \xrightarrow{Q=2Q, q=-Q} F = k \times \frac{2Q \cdot Q}{d^2} = \frac{2kQ^2}{d^2}$ （吸引力）

(2) 系統達等電位時：

$$\text{依 } V = \frac{kQ}{R} \xrightarrow{V=\text{const.}} Q \propto R \begin{cases} Q'_1 = \frac{r}{2r+r} \cdot (2Q-Q) = \frac{1}{3}Q > 0 \\ Q'_2 = \frac{2r}{2r+r} \cdot (2Q-Q) = \frac{2}{3}Q > 0 \end{cases}$$

$$\therefore F'_e = k \times \frac{\left(\frac{1}{3}Q\right) \cdot \left(\frac{2}{3}Q\right)}{d^2} = \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{2kQ^2}{d^2}\right) = \frac{F}{9} \quad (\text{排斥力})$$

8. 將同一毛細管分別插入密度不同的 A、B 兩種液體中，發現 A 液體的毛細管內液面上升 2 公分，而 B 液體的毛細管內液面下降 1 公分。已知 A、B 兩種液體的密度比為 1:5，毛細管內液面與管壁的接觸角如右圖所示，則 A、B 兩液體的表面張力比為何？



- (A) $5\sqrt{3} : 2$ (B) $2 : 5$
 (C) $5 : 2$ (D) $2\sqrt{3} : 5$
 (E) $2 : 5\sqrt{3}$

【參考答案】：(E)

【考題難度】：★★

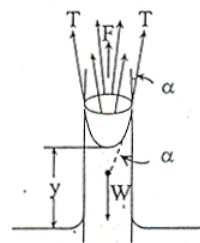
【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—流體力學

【解題策略】：(1) 表面張力的測量：液體表面上對每單位長度所呈現的張力，以 T 表之。

$$T = \frac{F}{L} \text{ (單位爲 } N/m \text{)}$$

(2) 空心圓柱形毛細管內外高度差：

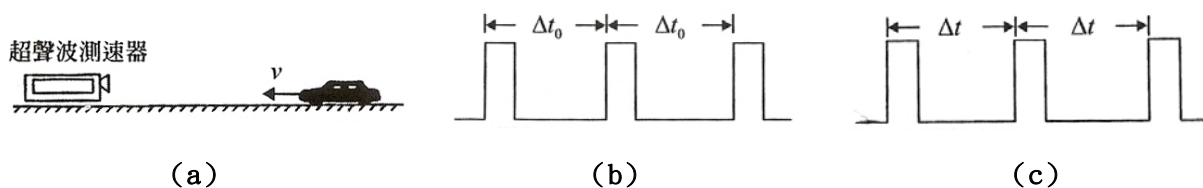
$$y = \frac{2T \cos \alpha}{r \rho g} \left\{ \begin{array}{l} T: \text{表面張力的大小}(N) \\ \alpha: \text{接觸角} \\ \rho: \text{液體密度} \left(\frac{kg}{m^3} \right) \\ r: \text{管的內半徑}(m) \end{array} \right.$$



【試題解析】：依 $y = \frac{2T \cos \alpha}{r \rho g}$ $T = \frac{r \rho g y}{2 \cos \alpha} \xrightarrow{r, g = \text{const.}} T \propto \frac{\rho y}{\cos \alpha}$

$$\therefore \frac{T_A}{T_B} = \frac{\left(\frac{1 \cdot 2}{\cos 30^\circ} \right)}{\left(\frac{5 \cdot (-1)}{\cos 120^\circ} \right)} = \frac{2}{5\sqrt{3}}$$

9. 有一排氣量為2000c.c.的轎車以速度 $v=108$ 公里/小時，正對靜置於地面的超聲波測速器行駛，如下圖(a)所示。已知測速器以時間間隔 $\Delta t_0=0.05$ 秒發出超聲波訊號，如下圖(b)所示。若空氣中的聲速為330公尺/秒，在無風的情況下，超聲波測速器接收到的反射回波訊號，如下圖(c)所示，則時間間隔 Δt 約為多少秒？



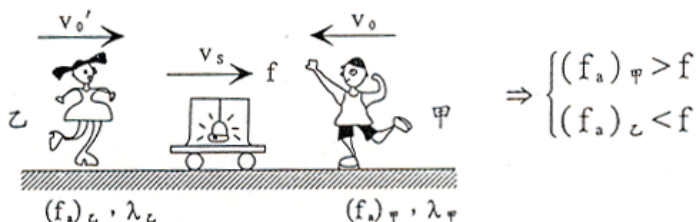
- (A) 0.042 (B) 0.045 (C) 0.050 (D) 0.055 (E) 0.060

【參考答案】：(A)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—聲音

【解題策略】：都卜勒效應：



$$f_a = \frac{V \pm V_o}{V \pm V_s} \cdot f \quad (\text{同向取「-」，反向取「+」})$$

式中 f ：波源的頻率 f_a ：視頻 V ：波速
 V_o ：觀察者速度 V_s ：波源速度

【試題解析】：(1) 計算各基本運動要項：

① 測速器發出的超聲波頻率 $f = \frac{1}{\Delta t_0} = \frac{1}{0.05} = 20\text{Hz}$

② 轎車車速 $v = 108 \frac{\text{km}}{\text{hr}} = \frac{108 \times 1000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

(2) 分析都卜勒效應：

① 測速器發聲 ($v_s = 0$)，轎車 ($v_o = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$) 接收：

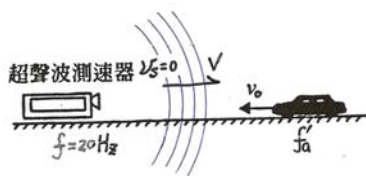
依 $f_a = \frac{V \pm V_o}{V \pm V_s} \cdot f$ $f'_a = \frac{v + v_o}{v} \cdot f = \frac{330 + 30}{330} \times 20\text{Hz}$

② 轎車 ($v_s = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$) 反射，測速器 ($v_o = 0$) 接收：

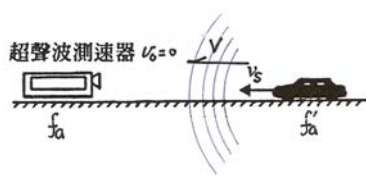
依 $f_a = \frac{V \pm V_o}{V \pm V_s} \cdot f$ $f = f'_a$

得 $f_a = \frac{v}{v - v_s} \cdot f'_a = \frac{330}{330 - 30} \times (\frac{360}{330} \times 20) = 24\text{Hz}$

∴ 接收時間間隔 $\Delta t = \frac{1}{f_a} = \frac{1}{24} = 0.042\text{sec}$



圖(a)



圖(b)

10. 質量相等之兩小球連接於彈力常數為800牛頓/公尺之彈簧兩端，彈簧原長為1.0公尺。若使兩球於光滑水平面上繞質心旋轉，且質心對地靜止，已知過程中，彈簧全長保持為1.2公尺，則系統總力學能為若干焦耳?(定此水平面即重力位能零位面)
- (A) 48 (B) 72 (C) 84 (D) 112 (E) 160

【參考答案】：(D)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—位能與能量守恆定律

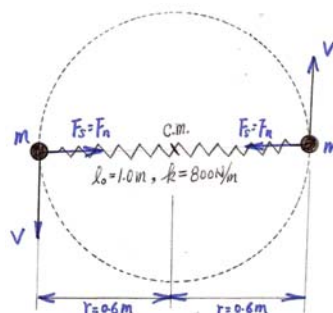
【解題策略】：圓周運動的力學分析： $\Sigma F_n = ma_n = m \cdot \frac{V^2}{r}$

【試題解析】：兩小球以彈簧恢復力為向心力，繞質心作等速率圓周運動，如右圖所示。

依 $F_s = k \cdot \Delta x = F_n$ $F_n = m \cdot \frac{V^2}{r}$ 令兩小球質量均為 m ，切線速率為 V

$$800 \times (1.2 - 1.0) = m \cdot \frac{V^2}{0.6}, \quad mV^2 = 96 \xrightarrow{\text{動能: } E_K = \frac{1}{2}mv^2} E_K = \frac{1}{2}mV^2 = 48J$$

$$\therefore \Sigma E = \Sigma E_K + E_e = 2 \times 48 + \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot (1.2 - 1.0)^2 = 112J$$



二、多重選擇題：

11. 某生利用如右圖所示的電路，作「等電位線與電場」實驗。

。則下列敘述哪些正確？

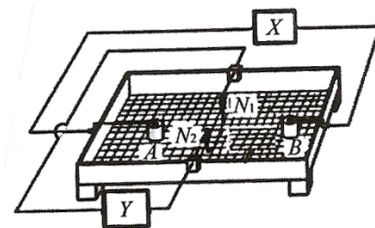
(A) X ：交流電源供應器， Y ：靈敏的伏特計

(B) X ：直流電源供應器， Y ：微安培計

(C) 將探針 N_1 固定在 AB 連線某點，移動探針 N_2 ，當儀器 Y 中指針為零時，即找到一個等位點。持續移動 N_2 ，找出數個等位點，就可連成等位線

(D) 實驗中可先找出電力線，再利用電力線與等位線必互相垂直，畫出等位線

(E) 由實驗所得的圖形，可以判斷兩電極何者電位較高



【參考答案】：(B) (C)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準－電磁學

【解題策略】：(1) 在電場中可以找到很多點，它們的電位都相等，連接這些點而成的線或面稱為等位線或等位面。

(2) 等位線與電力線的切線方向垂直。

【試題解析】：(A)× (1) 本實驗必須使用「直流電源供應器」。

(B)○

(C)○

(2) Y 為「微安培計」，作為測定兩位置是否為等電位。當 Y 讀數為零時， $V_1 = V_2$ 。

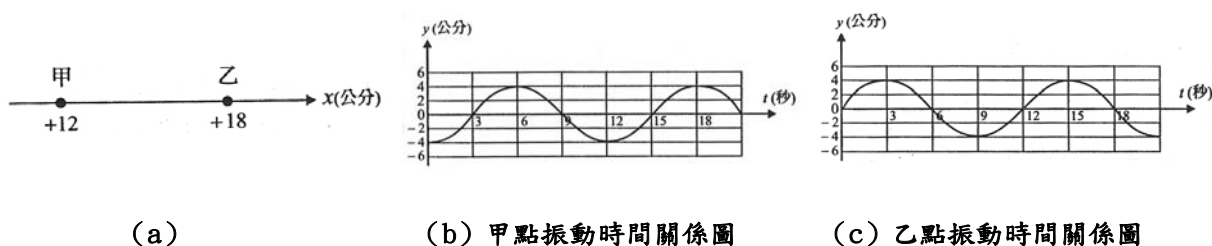
(D)×

(3) 實驗時應先找出「等電位線」，再利用等位線與電力線的切線方向垂直，再畫出「電力線」。

(E)×

(4) 若將兩電極所連接的電源反接，所得的等電位線圖形亦相同，故無法單由等電位線的圖形來判斷兩電極電位的高低。

12. 一列簡諧橫波在 x 軸上傳播(振動位移沿 y 軸)。已知 $x = +12$ 公分處的甲點的振動圖形如下圖(b)所示, $x = +18$ 公分處的乙點的振動圖形如下圖(c)所示。根據這兩條振動圖形, 可獲得關於這列簡諧橫波之敘述哪些正確?



- (A) 無論此列簡諧橫波沿 $+x$ 或 $-x$ 軸方向移動, 此波頻率為 $\frac{1}{12}$ 赫
- (B) 當 $t = 0$ 秒時, 甲點的振動瞬時速度為 $-\frac{2}{3}\pi$ 公分/秒
- (C) 當 $t = 0$ 到 15 秒間, 乙點的平均振動速度為 $+\frac{4}{15}$ 公分/秒
- (D) 若波沿 $+x$ 軸方向傳播, 波速的最大值為 $\frac{2}{3}$ 公分/秒
- (E) 若波沿 $-x$ 軸方向傳播, 波速的最大值為 4 公分/秒

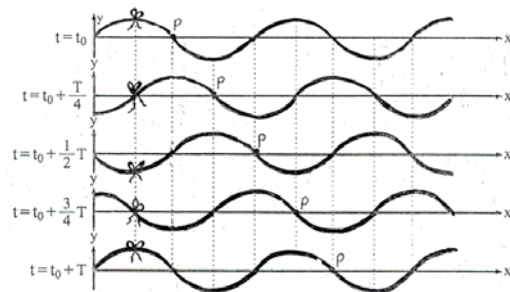
【參考答案】: (A) (C) (D)

【考題難度】: ★★★

【命題出處】: 高級中學選修科目物理課程標準—波動

【解題策略】: (1) 繩波波形(正弦波)的規律變換:

右圖所示, 表一向右等速傳播的繩波。每隔 $\frac{T}{4}$ 紀錄一次波形, 發現每經一週期後繩波波形會相同, 即 $t = (\frac{T}{4}, \frac{5}{4}T, \frac{9}{4}T, \frac{13}{4}T, \dots)$, 繩波波形一模一樣。



(2)

【試題解析】: (A)O (1) 介質質點的振動週期等於波動的週期, $T = 12 \frac{\text{sec}}{\text{次}}$ 。

依 $f = \frac{1}{T}$ $\xrightarrow{\text{頻率: } f}$ $f = \frac{1}{12} \text{ Hz}$

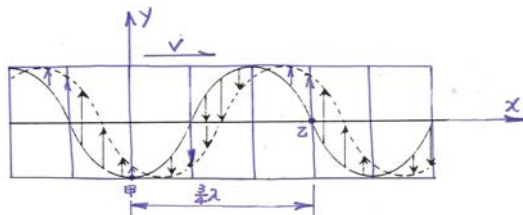
(B)× (2) 質點甲在原處做「振幅 $R = 4\text{cm}$ 」的 S.H.M.:

依 $V = \frac{2\pi R}{T}$ $(v_{\text{max}})_{\text{甲}} = \frac{2\pi \cdot 4}{12} = \frac{2\pi}{3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

當 $\begin{cases} t = 0, 12, \dots \text{sec} \rightarrow \text{甲在端點處, } v = 0 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \\ t = 3, 9, 15, \dots \text{sec} \rightarrow \text{甲在平衡點處, } (v_{\text{max}})_{\text{甲}} = \frac{2\pi}{3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \end{cases}$

(C)O (3) 依 $\bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$ $\xrightarrow{\text{位移: } \Delta y} (\bar{V})_{Z, 0 \sim 15 \text{ sec}} = \frac{+4-0}{15} = +\frac{4}{15} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

(D)O (4) 若波動向「+X 軸方向」傳播：如下圖所示



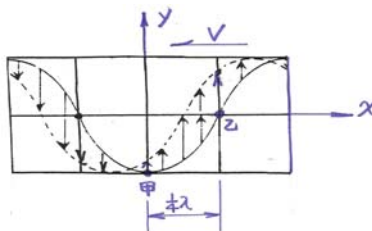
① $d_{\text{甲乙}} = 6\text{cm} = \frac{3}{4}\lambda + k\lambda = \frac{3+4k}{4} \cdot \lambda$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

② 可能波長 $\lambda = \frac{24}{3+4k}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

③ 可能波速 $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{3+4k}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

$\therefore k = 0 \xrightarrow{\text{波速最大值, } v_{\text{max}}} v_{\text{max}} = \frac{2}{3} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

(E)× (5) 若波動向「-X 軸方向」傳播：如下圖所示



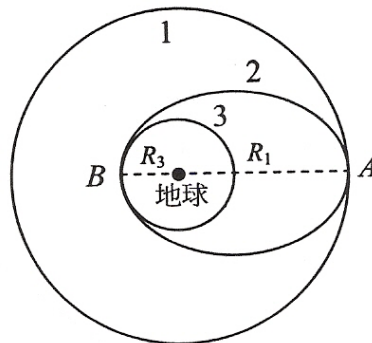
① $d_{\text{甲乙}} = 6\text{cm} = \frac{1}{4}\lambda + k\lambda = \frac{1+4k}{4} \cdot \lambda$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

② 可能波長 $\lambda = \frac{24}{1+4k}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

③ 可能波速 $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2}{1+4k}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

$\therefore k = 0 \xrightarrow{\text{波速最大值, } v_{\text{max}}} v_{\text{max}} = 2 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

13. 如右圖所示，一人造衛星在距地心 $R_1 = 3r$ 圓軌道1運轉，現人造衛星欲降低運轉高度至距地心 $R_3 = r$ 的圓軌道3穩定運轉。其過程需先將衛星在軌道1的A點減速後，依橢圓軌道2運轉到達B點再減速，接著循圓軌道3運轉。軌道1、2相切於A點，軌道2、3相切於B點。若人造衛星在軌道1正常運轉時的週期為 T 、動能為 K ，不考慮阻力，且定無窮遠處重力位能為零，則下列對人造衛星之敘述哪些正確？



- (A) 在軌道1與在軌道3的速率比為1:3
 (B) 在軌道2時A點與B點的角速率比為1:9
 (C) 人造衛星由A點運行至B點需時 $\frac{\sqrt{6}}{9}T$
 (D) 在橢圓軌道2運轉的總力學能為 $-3K$
 (E) 欲使人造衛星由軌道1之A點可順利運行

到軌道2之B點，需放出 $\frac{1}{2}K$ 的能量

【參考答案】：(B) (C) (E)

【考題難度】：★★★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—功與能

【解題策略】：(1) 引力場內衛星繞地球運動，軌道上力學能守恆：

①軌跡為圓：

$E_K(r) = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{GMm}{2r}$	$U(r) = -\frac{GMm}{r}$
$E_T(r) = E_K(r) + U(r) = -\frac{GMm}{2r} = -E_K(r) = \text{const.}$	

②軌跡為橢圓：

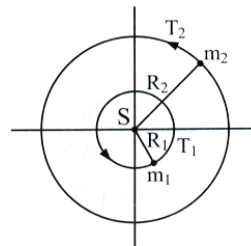
$E_T(r) = E_K(r) + U(r) = \frac{1}{2}mV^2 + (-\frac{GMm}{r}) = \text{const.}$	
---	--

(2) 克卜勒行星第二運動定律：等面積速率定律

$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}r^2\omega = \frac{1}{2}rV \sin \theta = \text{const.}$	$(\theta : \vec{r}、\vec{V} \text{ 間之夾角})$
--	---

(3) 克卜勒行星第三運動定律：週期定律

$\frac{R^3}{T^2} = \text{const.} \Leftrightarrow \frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}$	$\begin{cases} R: \text{軌道半徑} \\ T: \text{週期} \end{cases}$
---	--



【試題解析】：(A)× (1) 衛星繞地球在軌道1與軌道3運轉：

依 $\frac{R^3}{T^2} = \text{const.}$ $T \propto R^{\frac{3}{2}}$

又 $V = \frac{2\pi R}{T}$ $V \propto \frac{R}{T} \propto \frac{R}{R^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{R}}$, $\frac{V_1}{V_3} = \sqrt{\frac{r}{3r}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

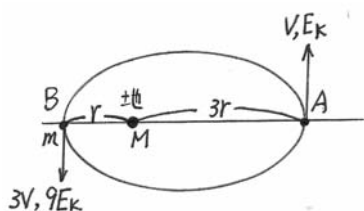
(B)O (2) 依 $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}r^2\omega = \text{const.}$ $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{r}{3r}\right)^2 = \frac{1}{9}$

(C)O (3) 衛星繞地球在軌道1與軌道2運轉：

$$\text{依 } \boxed{\frac{R^3}{T^2} = \text{const.}} \quad \frac{(3r)^3}{T^2} = \frac{\left(\frac{r+3r}{2}\right)^3}{T_2^2}, \quad T_2 = \frac{2\sqrt{6}}{9}T$$

$$\therefore \text{衛星由 } A \text{ 點運行至 } B \text{ 點需時 } t_{A \rightarrow B} = \frac{T_2}{2} = \frac{\sqrt{6}}{9}T$$

(D)× (4) 衛星繞地球在軌道2運轉：如左圖所示



$$\text{① 依 } \boxed{\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}rV \sin \theta = \text{const.}} \xrightarrow{A, B, \theta=90^\circ} \frac{V_A}{V_B} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3}$$

$$\text{又 } \boxed{E_K = \frac{1}{2}mV^2} \xrightarrow{m=\text{const.}} E_K \propto V^2, \quad \frac{(E_K)_A}{(E_K)_B} = \frac{1}{9}$$

$$\text{② 依 } \boxed{\Sigma E = \text{const.}} \quad E_T = 9E_K + \left(-\frac{GMm}{r}\right) = E_K + \left(-\frac{GMm}{3r}\right)$$

$$\text{又軌道3} - \boxed{E_K = \frac{GMm}{2r}} \quad K = \frac{GMm}{2 \cdot 3r}, \quad GMm = 6Kr \dots (b)$$

$$\text{將 } (b) \text{ 代入 } (a), \text{ 解得 } E_K = \frac{1}{2}K \xrightarrow{\text{總力學能, } E_T} E_T = -\frac{3}{2}K$$

(E)O (5) 衛星繞地球運轉，自軌道1切入軌道2：

$$\text{① 各軌道上衛星之總力學能} - \begin{cases} \text{軌道1: } (E_T)_1 = -K \\ \text{軌道2: } (E_T)_2 = -\frac{3}{2}K \end{cases}$$

$$\text{② 總力學能的變化量} - \Delta E_T = (E_T)_2 - (E_T)_1 = -\frac{1}{2}K < 0 \quad (\text{負號表示衛星須釋放能量})$$

14. 輕彈簧鉛直懸掛一物體，下端以細繩繫於地面，如右圖所示，此時彈簧伸長 $2y$ 。現將細繩剪斷，物體受彈簧恢復力作用往上運動，當運動至最高點時彈簧壓縮量為 y ，若彈簧力常數為 k ，重力加速度值為 g ，不計一切阻力，則下列之敘述哪些正確？

(A) 物體重量為 $\frac{1}{2}ky$

(B) 細繩未斷時張力為 $2ky$

(C) 物體的振盪週期為 $2\pi\sqrt{\frac{y}{g}}$

(D) 若定平衡點處重力位能為零，則系統總力學能為 $\frac{1}{8}ky^2$

(E) 若系統總力學能為 $\frac{9}{8}ky^2$ 時，在彈簧伸長 $\frac{1}{4}y$ 的位置處其重力位能為零



【參考答案】：(A) (E)

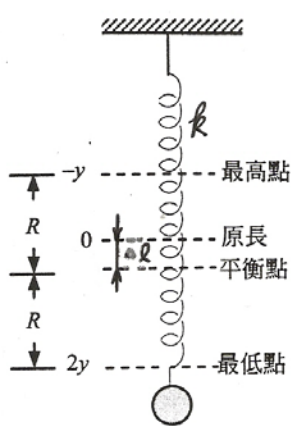
【考題難度】：★★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—牛頓運動定律

【解題策略】：力學能守恆原理：非保守力做功為零的系統，其總力學能守恆。

$W_{\text{非保守力}} = 0 \xrightarrow{\text{數學式}} \Sigma E = E_K + E_p + E_e = \text{const.}$	$\left\{ \begin{array}{l} E_K = \frac{1}{2}mV^2 \dots\dots\dots \text{動能} \\ E_p = mgh \dots\dots\dots \text{重力位能} \\ E_e = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \dots\dots\dots \text{彈力位能} \end{array} \right.$
---	---

【試題解析】：(1) 剪斷繩子後，物體由彈簧牽引進行「鉛直面簡諧運動」：圖(a)



圖(a)

① 振幅， $R - R = \frac{2y - (-y)}{2} = \frac{3}{2}y$

② 平衡點 — $\left\{ \begin{array}{l} \text{伸長量}(\Delta l): \Delta l = R - y = \frac{y}{2} \\ \Sigma F_y = 0: mg = k \cdot \Delta l = \frac{ky}{2} \dots\dots\dots \text{選項(A)O} \end{array} \right.$

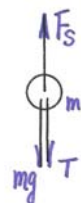
③ 週期， $T - T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{\text{承(2)} \frac{m}{k} = \frac{y}{2g}} T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{2g}} \dots\dots\dots \text{選項(C)X}$

④ 最大速度， $(v_y)_{\text{max}} - (v_y)_{\text{max}} = \frac{2\pi R}{T} \xrightarrow{\text{承(1),(2)}} (v_y)_{\text{max}} = \frac{3}{2}\sqrt{2gy}$

(2) 細繩未剪斷時：取物體為隔離體圖，圖(b)

依 $\Sigma F_y = 0$ $F_s = k \cdot 2y = mg + T$

承②，得 $T = 2ky - \frac{ky}{2} = \frac{3}{2}ky \dots\dots\dots \text{選項(B)X}$



圖(b)

(3) 定平衡點處重力位能為零：

$$\begin{cases} E_K = \frac{1}{2}m \cdot (v_y)_{\max}^2 = \frac{1}{2}m \cdot \left(\frac{3}{2}\sqrt{2gy}\right)^2 = \frac{9}{4}mgy = \frac{9}{8}ky^2 \\ E_P = mgh = 0 \\ E_e = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{ky^2}{8} \end{cases}$$

$$\therefore \Sigma E = E_K + E_P + E_e = \frac{9}{8}ky^2 + 0 + \frac{1}{8}ky^2 = \frac{5}{4}ky^2 \cdots \text{選項 (D)} \times$$

(4) 定彈簧伸長 $\frac{1}{4}y$ 的位置處其重力位能為零：

① 當物塊達 P 位置，即 $\Delta y = \frac{1}{4}y$ —

① 離平衡點距離 $\Delta l - \Delta y = \frac{1}{4}y$

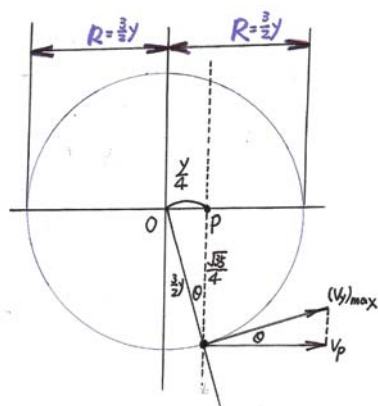
$$\text{② } E_e = \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{4}y\right)^2 = \frac{1}{32}ky^2$$

② 以參考圓解 v_P —

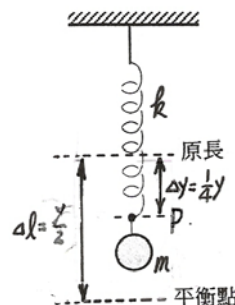
$$\text{① } v_P = (v_y)_{\max} \cdot \cos\theta = \frac{3}{2}\sqrt{2gy} \cdot \frac{\sqrt{35}}{6} = \frac{\sqrt{70gy}}{4}$$

$$\text{② } (E_K)_P = \frac{1}{2}m(v_P)^2 = \frac{35}{16}mgy = \frac{35}{32}ky^2$$

$$\therefore \Sigma E = E_K + E_P + E_e = \frac{35}{32}ky^2 + 0 + \frac{1}{32}ky^2 = \frac{9}{8}ky^2 \cdots \text{選項 (E)} \times$$

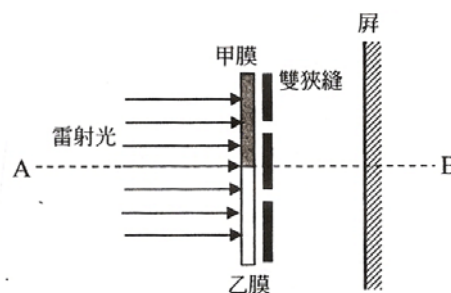


圖(d)



圖(c)

15. 在一厚度均勻的石英玻璃片上，鍍有甲、乙兩種透光性極佳的均勻薄膜，厚度都為 $9.0\mu\text{m}$ ，甲膜的折射率為 1.50，乙膜的折射率為 1.80。將一狹縫間距 $d = 0.1\text{mm}$ 的雙狹縫置於石英玻璃片前，並將一束截面積為 10mm^2 、波長為 500nm 的雷射光束對準雙狹縫垂直膜入射，在狹縫後距狹縫 1.5m 處放置一屏，如右圖所示。下列敘述哪些正確？



- (A) 在甲膜內與乙膜內的雷射光的頻率比為 5:6
 (B) 在甲膜內的雷射光波速大於乙膜內的雷射光
 (C) 在屏上所成的干涉條紋中，兩相鄰暗線的間距為 7.5mm
 (D) 因在甲乙兩膜內的雷射光波長不同，故無法在屏上形成干涉條紋
 (E) 將雙狹縫拿掉換成一焦距 $f = +1.0\text{m}$ 的薄透鏡(主軸與 AB 重合)，在屏上形成的亮區面積為 2.5mm^2

【參考答案】：(B) (C) (E)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—物理光學

【解題策略】：(1) 雙狹縫的基本性質：

$$\Delta y = \frac{r\lambda}{d}$$

Δy : 暗紋間距 = 亮紋間距
 r : 狹縫與屏幕間之距離
 d : 狹縫間距
 λ : 入射光的波長

(2) 司乃耳定律：

$$n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

【試題解析】：(A)× (1) 光從一介質進入另一介質，「頻率」不變。

(B)O (2) 依 $n_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}$ $V \propto \frac{1}{n} \begin{cases} n_{\text{甲}} < n_{\text{乙}} \\ V_{\text{甲}} > V_{\text{乙}} \end{cases}$

(C)O

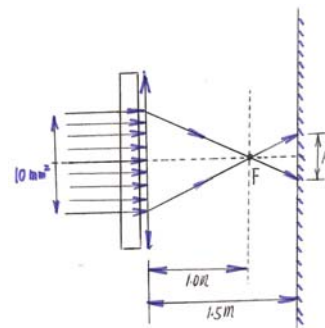
(D)× (3) 雷射光束對準雙狹縫垂直膜入射，貫穿膜之後在屏上產生干涉條紋。

依 $\Delta y = \frac{r\lambda}{d}$ $\Delta y = \frac{(1.5 \times 10^3) \cdot (500 \times 10^{-6})}{0.1} = 7.5\text{mm}$

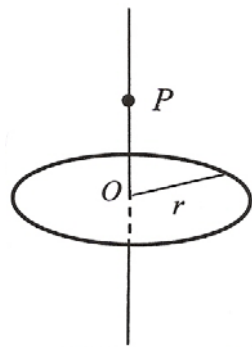
(E)O

(4) 光柱經凸透鏡的折射後，投射於屏上，形成一圓形亮區，如右圖所示。依幾何相似原理可計算得該亮區面積為

$$\frac{A}{10} = \frac{(1.5-1.0)^2}{1.0^2}, A = 2.5\text{mm}^2$$



16. 如右圖所示，一固定且帶電量為 $+Q$ 之均勻帶電圓環， O 為環心， r 為半徑， P 為通過環心與環面垂直之軸上的一點，與環心距離為 $\frac{3}{4}r$ 。將質量為 m 、電量為 $-q$ 之點電荷置於 P 點，由靜止釋放。若令無限遠處電位為零， k 為庫倫常數，則下列有關此點電荷之敘述哪些正確？



- (A) 釋放瞬間，點電荷所受帶電圓環之吸引力大小為 $\frac{48kQq}{125r^2}$
- (B) 點電荷運動至環心時，此系統之電位能為 $-\frac{kQq}{r}$
- (C) 點電荷運動至環心時，其速度大小為 $\sqrt{\frac{2kQq}{5mr}}$
- (D) 點電荷運動至環心時，所受帶電圓環之吸引力大小為0
- (E) 點電荷以 O 為平衡點，作簡諧運動

【參考答案】：(A) (B) (C) (D)

【考題難度】：★★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—電磁學

【解題策略】：均勻帶電的圓環（總電量為 Q ，環的半徑為 R ）的靜電特性：

(1) 電場—

①距環面 x 處： $E_x = \frac{kQx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$

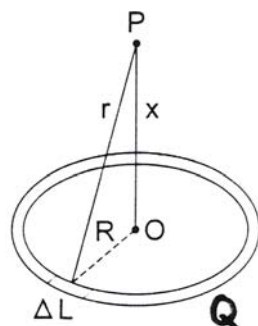
②環心處 ($x=0$)： $E_O = 0$

(2) 電位—

①距環面 x 處： $V_x = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + x^2}}$

②環心處 ($x=0$)： $V_O = \frac{kQ}{R}$

③無窮遠處 ($x \gg R$)： $V_\infty = \frac{kQ}{x} = 0$



【試題解析】：(A)O
(D)O

(1) 依 $E_x = \frac{kQx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$ $\xrightarrow{-q \in P} q$ 受有電力 $(F_e)_P = \frac{kQqx}{(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} \downarrow$

① q 置於 P 位置， $x = \frac{3}{4}r$ ， $(F_e)_P = \frac{48kQq}{125r^2} \downarrow$

② q 置於 O 位置， $x = 0$ ， $(F_e)_P = 0$

(B)O
(C)O

(2) 依 $V_x = \frac{kQ}{\sqrt{R^2 + x^2}}$ $\xrightarrow{-q \in P} q$ 具有電位能 $(U_e)_P = -\frac{kQq}{\sqrt{R^2 + x^2}}$

① q 置於 P 位置， $x = \frac{3}{4}r$ ， $(U_e)_P = -\frac{4kQq}{5r}$

② q 置於 O 位置， $x = 0$ ， $(U_e)_P = -\frac{kQq}{r}$

$$\textcircled{3} \, q : P \rightarrow O$$

$$\text{依 } \boxed{\Sigma E = const.} \quad -\frac{4kQq}{5r} = (-\frac{kQq}{r}) + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad , \quad v_0 = \sqrt{\frac{2kQq}{5mr}}$$

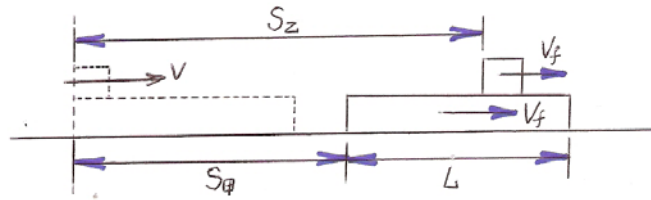
$$(E) \times \qquad (3) \text{ 承 (1) : 當「} x \ll r \text{」 (圖目未給) 時}$$

$$(F_e)_p \doteq \frac{kQqx}{R^3} \downarrow \Leftrightarrow \overrightarrow{(F_e)_p} = - \doteq \frac{kQq}{R^3} \cdot \vec{x} \Leftrightarrow \boxed{\vec{F} = -K\vec{x}}$$

$$\therefore -q \text{ 進行 } S.H.M.$$



(2) 依 $V^2 = V_0^2 + 2aS$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{甲: } V_f^2 = 2 \cdot \frac{\mu_k g}{3} \cdot S_{\text{甲}} \\ \text{乙: } V_f^2 = V^2 - 2 \cdot \mu_k g \cdot S_{\text{乙}} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{代入 } V_f} \left\{ \begin{array}{l} S_{\text{甲}} = \frac{3V^2}{32\mu_k g} \\ S_{\text{乙}} = \frac{15V^2}{32\mu_k g} \end{array} \right.$

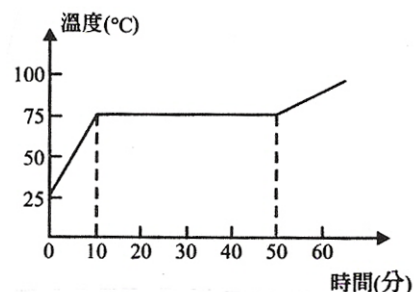


乙木塊不會自甲木塊上掉落： $S_{\text{乙}} \leq S_{\text{甲}} + L$

代入各數值，得 $\frac{15V^2}{32\mu_k g} \geq \frac{3V^2}{32\mu_k g} + L$ ， $L \geq \frac{3V^2}{8\mu_k g} \dots\dots$ 選項 (D) O
(E) X

18. 蔡小強作熱學實驗，用內筒質量500克，比熱為0.1卡/克·°C之量熱器量測600克液體之比熱及汽化熱，使用210瓦的電熱器作為熱源。在實驗中量得之溫度與時間的關係如右圖所示，不考慮溫度計之熱容量與系統的熱散失，則下列敘述何者正確？

- (A) 最初10分鐘，電熱器約供給 1.26×10^5 卡的热量
 (B) 該液體的凝固點為75°C
 (C) 該液體的汽化熱約為600卡/克
 (D) 該液體的比熱約為0.92卡/克·°C
 (E) 若量熱器不能完全隔熱，則測得的液體比熱應



較真正的液體比熱小

【參考答案】：(D)

【考題難度】：★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準－熱學

【解題策略】：(1) 物質溫度改變時，會有能量的轉移，轉移的能量稱為熱量。

(2) 物質的熱量計算：

$$H = m \times S \times \Delta t$$

$\left\{ \begin{array}{l} H: \text{熱量(cal, 卡)} \\ m: \text{質量(g)} \\ S: \text{比熱(cal/g} \cdot ^\circ\text{C)} \\ \Delta t: \text{溫度變化量}(^\circ\text{C)} \end{array} \right.$

(3) 物質發生相變時單位質量所吸收或放出的熱量，稱為潛能(潛熱)。

【試題解析】：(A)× (1) ①以「卡」作為電熱器的供熱單位：

$$P = 210\text{W} = 210 \frac{\text{J}}{\text{sec}} = \frac{210}{4.2} \times 60 \frac{\text{cal}}{\text{min}} = 3000 \frac{\text{cal}}{\text{min}}$$

$$\therefore H_{0 \sim 10 \text{ min}} = 3000 \times 10 = 3 \times 10^4 \text{ cal}$$

(B)× (2) 實驗物質的最初物態為「液體」，受熱後，達「沸點(75°C)」，則進行汽化。

(C)× (3) 物質汽化期間，量熱器溫度沒有變化，沒有吸收熱量。

依 $L_{\text{汽化}} = \frac{(H_{\text{汽化}})_{\text{吸}}}{m}$ ($t = 10 \text{ min} \sim 50 \text{ min}$)

$$\therefore L_{\text{汽化}} = \frac{30000 \times (50 - 10)}{600} = 200 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

(D)O (4) 依 $H_{\text{放}} = H_{\text{吸}}$ $H = m \times S \times \Delta t$

$$3000 \times 10 = 500 \times 0.1 \times (75 - 25) + 600 \times S \times (75 - 25)$$

$$\therefore S = 0.92 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

(E)× (5) 承(4)，若電熱器的供熱($3000 \times 10 \text{ cal}$)無法被液體及量熱器完全吸收，則有

$$3000 \times 10 = 500 \times 0.1 \times (75 - 25) + 600 \times S \times (75 - 25) + H$$

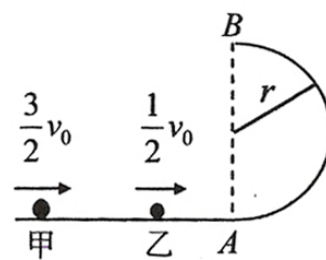
①令 $H = 0$ ，即假設絕熱， $S = 0.92 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ 為測量值

②令 $H \neq 0$ ，得實際值 S_r ，則 $S_r < S$ 。

第貳部分：計算題

一、如右圖所示，地面與半圓形曲面皆光滑，半圓形曲面半

徑為 r 、 $\overline{AB}$ 為直徑；甲、乙兩質點，質量比 3：1。在 A 點前，甲以速度 $\frac{3}{2}v_0$ 撞及速度 $\frac{1}{2}v_0$ 的乙，已知 $v_0 = \sqrt{\frac{7}{2}gr}$ ，重力加速度值為 g 。若為正向彈性碰撞，則碰撞後：



(1) 乙落至地面時距 A 點多遠？

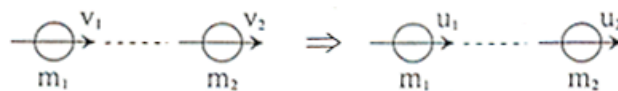
(2) 甲所能上升的最大高度距地面高為何？

【參考答案】：(1) $2\sqrt{10}r$ ；(2) $\frac{27}{16}r$

【考題難度】：★★★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—功與能

【解題策略】：(1) 正向完全彈性碰撞：



$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_2 \quad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_2$$

(2) 鉛直面圓周運動的力學分析：

$$\Sigma F_n = ma_n = m \cdot \frac{V^2}{r}$$

(3) 力學能守恆原理：非保守力作功為零的系統，其總力學能守恆。

$$\left\{ \begin{array}{l} E_K = \frac{1}{2}mV^2 \cdots \cdots \text{動能} \\ E_P = mgh \cdots \cdots \text{重力位能} \\ E_e = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \cdots \cdots \text{彈力位能} \end{array} \right. \quad \Sigma E = E_K + E_P + E_e = \text{const.}$$

【試題解析】：(1) ① 計算甲、乙兩質點之碰撞：

$$\text{依 } \left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot V_2 \\ u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{甲: } \begin{cases} m_1 = 3m \\ V_1 = \frac{3}{2}v_0 \end{cases} \\ \text{乙: } \begin{cases} m_2 = m \\ V_2 = \frac{1}{2}v_0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$u_{\text{甲}} = \frac{3m - m}{3m + m} \cdot \frac{3}{2}v_0 + \frac{2m}{3m + m} \cdot \frac{1}{2}v_0 = v_0 = \sqrt{\frac{7}{2}gr} < \sqrt{5gr}$$

$$\text{依 } u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot V_2$$

$$u_{\text{乙}} = \frac{2 \cdot 3m}{3m + m} \cdot \frac{3}{2}v_0 + \frac{m - 3m}{3m + m} \cdot \frac{1}{2}v_0 = 2v_0 = \sqrt{14gr} > \sqrt{5gr}$$

∴ 甲質點不可越過 B 位置，而乙質點則可越過。

②設乙質點抵達B位置時之速率為 u_B ，且軌道光滑無摩擦。

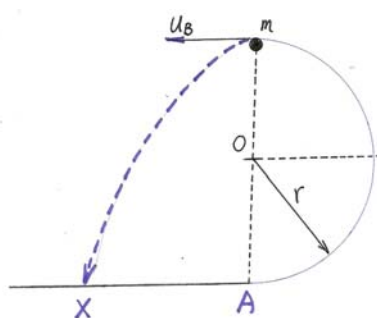
依 $\boxed{\Sigma E = \text{const.}}$ (定地面為 E_p 之零位面)

$$\frac{1}{2}m \cdot (\sqrt{14gr})^2 = \frac{1}{2}m \cdot u_B^2 + mg \cdot (2r), \quad u_B = \sqrt{10gr}$$

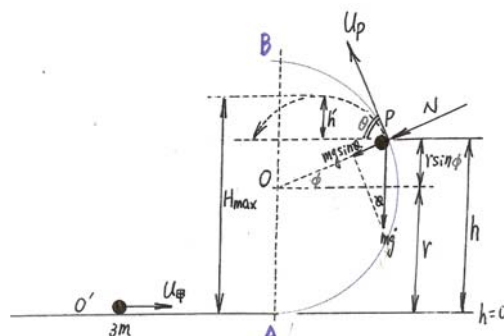
③乙質點在B位置處以 u_B 作「水平拋射」射出：下圖(a)

依 $\boxed{h = \frac{1}{2}gt^2}$ $\xrightarrow{\text{空中費時 } t_f} 2r = \frac{1}{2}gt_f^2, \quad t_f = \sqrt{\frac{4r}{g}}$

水平射程： $\boxed{R = u_B \cdot t_f} \xrightarrow{\text{地面之落點 } X} \overline{XA} = \sqrt{10gr} \cdot \sqrt{\frac{4r}{g}} = 2\sqrt{10}r$



圖(a)



圖(b)

(2) 甲質點沿軌道進行「鉛直面圓周運動」，達P位置處：

①依 $\boxed{\Sigma E = \text{const.}}$ (定地面為 E_p 之零位面)

$$O' \rightarrow P : \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot \left(\sqrt{\frac{7}{2}gr} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot u_p^2 + 3mg \cdot (r + r \sin \phi)$$

$$\therefore u_p^2 = \frac{gr}{2} (3 - 4 \sin \phi)$$

②依 $\boxed{\Sigma F_n = m \cdot \frac{V^2}{R}} \quad 3mg \cdot \sin \phi + N = 3m \cdot \frac{u_p^2}{r} \dots\dots (a)$

③當甲質點在P位置切離軌道： $\boxed{N = 0}$

承(a)式，得 $3mg \cdot \sin \phi = 3m \cdot \frac{\left[\frac{gr}{2} (3 - 4 \sin \phi) \right]}{r}, \quad \sin \phi = \frac{1}{2}$

$$\therefore \text{切離軌道之鉛直高度為 } h = r + r \sin \phi = \frac{3}{2}r$$

④甲質點自P位置處以 u_p 作斜向拋射射出：

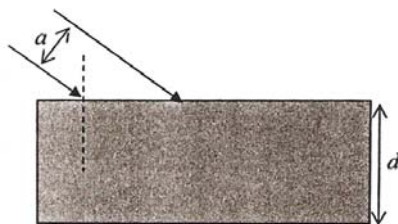
依 $\boxed{H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}} \xrightarrow{v_0^2 = u_p^2 = \frac{gr}{2}, \theta = 60^\circ} h' = \frac{\frac{gr}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}{2g} = \frac{3r}{16}$

$$\therefore \text{質點甲在空中的最大高度為 } H_{\max} = h + h' = \frac{3}{2}r + \frac{3r}{16} = \frac{27}{16}r$$

二、如右圖所示，一束寬度為 a 的平行光，以 60° 的入射角，由空氣射入到兩面平行的玻璃板上，此束平行光是由甲、乙兩種單頻光波混合而成，玻璃對甲、乙這兩種單頻光波的折射率分別為 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 與 $\sqrt{3}$ ，則：

(1) 甲、乙兩種單頻光波射到玻璃上表面時的折射角分別為何？

(2) 玻璃板的厚度 d 至少為多少時，才能使從玻璃下表面射出的雷射光，能分成不互相交疊的兩束單頻光波甲與乙？並請畫出此光路的行進示意圖。

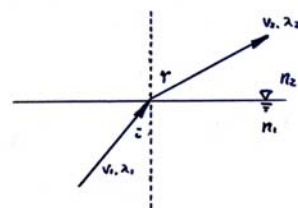


【參考答案】：(1) 45° 、 30° ；(2) $(3 + \sqrt{3})a$

【考題難度】：★★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—幾何光學

【解題策略】：司乃耳定律：
$$n_{12} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



【試題解析】：(1) 依

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{甲色光: } \frac{\sin 60^\circ}{(\sin r)_{\text{甲}}} = \frac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)}{1}, (\sin r)_{\text{甲}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r_{\text{甲}} = 45^\circ \\ \text{乙色光: } \frac{\sin 60^\circ}{(\sin r)_{\text{乙}}} = \frac{\sqrt{3}}{1}, (\sin r)_{\text{乙}} = \frac{1}{2} \Rightarrow r_{\text{乙}} = 30^\circ \end{array} \right.$$

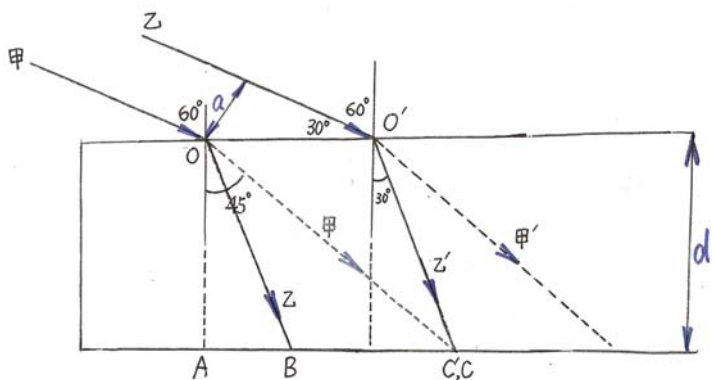
(2) ① 甲色光束最左側光線甲的位置 C ： $\overline{AC} = d \cdot \tan 45^\circ = d$

乙色光束最右側光線乙'的位置 C' ： $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{BC'}$

$$\text{又 } \frac{a}{\overline{OO'}} = \sin 30^\circ, \overline{OO'} = \overline{BC'} = 2a$$

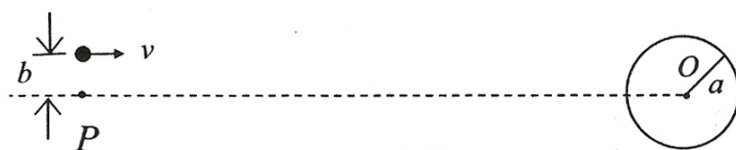
$$\therefore \overline{AC'} = d \cdot \tan 30^\circ + 2a = \frac{d}{\sqrt{3}} + 2a$$

② 甲、乙色光束從玻璃下表面射出時要分成不互相交疊之兩光束，必須 $\overline{AC} > \overline{AC'}$ ，即 $d > \frac{d}{\sqrt{3}} + 2a$ ， $d > (3 + \sqrt{3})a$



三、如右圖所示，一半徑為 a 、位置固定之均勻帶正電球，球心為 O 、球表面處電位為 V （無窮遠處電位為零）。離球心很遠之 P 點附近，放置一帶電量為 $+q$ 、質量為 m 之點電荷，其與點距離為 b 。若將點電荷以大小為 v 、方向與 $\overline{PO}$ 平行之速度射向帶電球，則點電荷與帶電球最近之距離為 D ，此時點電荷之速度大小為 u ，試回答下列各問題：

- (1) 詳細說明依何原理可獲得 D 與 b 的關係？並請依此原理求出 D 與 b 的比值？（以 v 與 u 表示之）
- (2) 距帶電球 D 處之電位為何？（以 q 、 V 、 a 與 D 表示）
- (3) 請列式說明點電荷速度為 v 與 u 時之能量關係？並請依此關係求出此二狀態之動能差值？（後者請以 q 、 V 、 a 與 D 表示）



【參考答案】：(1) 角動量守恆定律， $\frac{v}{u}$ ；(2) $\frac{a}{D}V$ ；(3) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 + q\frac{a}{D}V$ ， $q\frac{a}{D}V$

【考題難度】：★★★★

【命題出處】：高級中學選修科目物理課程標準—電磁學

【解題策略】：(1) 角動量守恆定律：

外力對轉軸所生之力矩和為零時，則轉動體之角動量將保持不變，稱為角動量守恆定律。

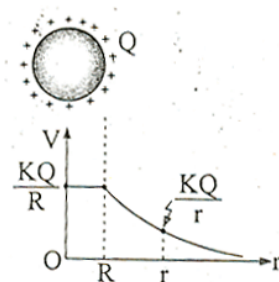
$$\tau(t) = \frac{dl}{dt} = l'(t) \xrightarrow{\tau(t)=0} l(t) = \text{const.} \Leftrightarrow m \cdot r \cdot V \sin \theta = \text{const.}$$

(2) 力學能守恆原理：非保守力做功為零的系統，其總力學能守恆。

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma E = E_K + U_e = \text{const.} \\ E_K = \frac{1}{2}mv^2 \dots\dots\dots \text{動能} \\ U_e = \pm \frac{kQq}{r} \dots\dots\dots \text{電位能} \end{array} \right.$$

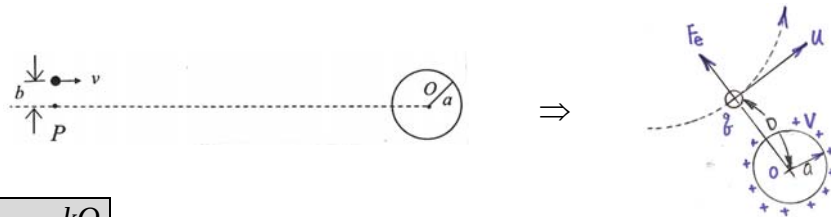
(3) 荷電 Q 之金屬球（半徑 R ）所建立之電位：

$$\begin{array}{ll} \text{① 球外 } (r > R) & - V = \frac{kQ}{r} \\ \text{② 球表面 } (r = R) & - V = \frac{kQ}{R} \\ \text{③ 球內 } (r < R) & - V = \frac{kQ}{R} \end{array}$$



【試題解析】：(1) 點電荷與帶電球間之靜電力為一連心力， $\vec{F}_e \parallel \vec{r}$ ， $\Sigma \vec{\tau} = 0$ ，故角動量守恆。

$$\text{依 } \boxed{l = m \cdot r \cdot v \sin \theta} \xrightarrow{\theta=90^\circ} mbv = mDu, \quad \frac{D}{b} = \frac{v}{u}$$



$$(2) \text{ 依 } \boxed{V = \frac{kQ}{r}} \quad (r \geq R, R: \text{金屬球半徑})$$

$$\begin{cases} V = \frac{kQ}{a} \\ V' = \frac{kQ}{D} \end{cases} \xrightarrow{\text{相除}} \frac{V}{V'} = \frac{D}{a} \xrightarrow{\text{距帶電球 } D \text{ 處電位 } V'} V' = \frac{a}{D} V$$

(3) 靜電力為一保守力，故力學能守恆。

$$\text{依 } \boxed{\Sigma E = E_K + U_e = \text{const.}} \quad \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 + V' \cdot q$$

$$\text{承 (2), 得 } \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{aV}{D} \cdot q$$

$$\therefore \text{兩處動能差 } \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = \frac{aV}{D} \cdot q$$