九十八學年度第二學期
大學入學指定科目第一次聯合模擬考試
物 理 科 試題詳解

第壹部分：選擇題

一、單一選擇題:

1. 昱嘉與太詳相約到遊樂場去坐「海盜船」的遊樂設施，若昱嘉坐在相對於太詳較高的位置，假設昱嘉與太詳重量相同，船體為圓弧狀，最高點的座位只能擺到通過圓心的水平線位置。在下降過程中昱嘉比太詳更覺得害怕，可能的理由下列敘述何者為真？
   (A) 同一時間，昱嘉的角速率比太詳的角速率大
   (B) 同一時間，昱嘉的速率比太詳的速率大
   (C) 單位時間內，昱嘉的位移量值比太詳的位移量值大
   (D) 單位時間內，昱嘉的高度變化比太詳的高度變化大
   (E) 根據功能定理，動能變化相同，所以重力位能的變化也相同，所以昱嘉不應該比太詳害怕。

【參考答案】:(**D**)
【考題難度】:★★
【命題出處】:物質科學物理篇(下)－第九章 位能與能量守恆定律
【解題策略】:(1)運動學中常用的術語：

①位移(Δx，$\Delta\vec{r}$)－物體的位置變化量，$\boxed{\begin{cases}\Delta x = x_f - x_i \\ \Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i\end{cases}}$。

②平均速率(V_s)－物體在單位時間內所走的路程，$\boxed{V_s = \dfrac{\Delta l}{\Delta t}}$。

③平均角速率($\overline{\omega}$)－物體在單位時間內所走的角位移，$\boxed{\overline{\omega} = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}}$。

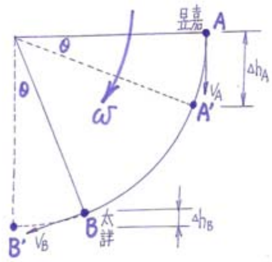
(2)廣義功能原理：
非保守力對物體(或系統)所做的總功，等於物體(或系統)的力學能改變量。

$$\boxed{W_{非保守力} = \Delta E = E_f - E_i} \xrightarrow{力學能} \begin{cases} 動能(E_K):\quad E_K = \dfrac{1}{2}mV^2 \\ 重力位能(E_P):\quad E_P = mgh \\ 彈力位能(E_e):\quad E_e = \dfrac{1}{2}k\Delta x^2 \end{cases}$$

【試題解析】:

$(A)\times$
$(B)\times$　(1)同一系統內的運動物體，同一時間內
$(C)\times$

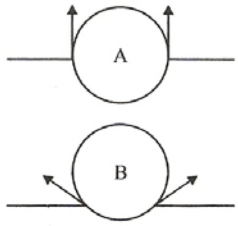
，$\begin{cases}昱嘉: A \to A' \\ 太詳: B \to B'\end{cases}$，如右圖所示：



依 $\boxed{V = r\omega} \xrightarrow{r,\omega,\theta = const.} \begin{cases} V_A = V_B(速率) \\ \overline{AA'} = \overline{BB'}(位移量值)\end{cases}$

$(D)O$　(2)承(1)，$\Delta h_A > \Delta h_B$。
$(E)\times$　(3)①承(1)，$\Delta(E_K)_A = \Delta(E_K)_B$
②承(2)，$\Delta(E_P)_A \neq \Delta(E_P)_B$
∴依功能原理得知，系統裡應存在有非保守力作功。

2. 如右圖所示，A、B 為長度相同的細針放在同一水面上，箭號表示為水面與針接觸處的切面方向，則下列敘述何者正確？



（A）A 在水面上的表面張力比較大
（B）A 比較重
（C）B 在水面上的表面張力比較大
（D）B 比較重
（E）A、B 的向上總力皆相同。

【參考答案】：（**B**）
【考題難度】：★★
【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十一章 流體的性質
【解題策略】：表面張力：液體表面上對每單位長度所呈現的張力，以 T 表之。

$$\boxed{T=\frac{F}{L}}\xrightarrow{\text{單位}}\frac{N}{m}$$

【試題解析】：依 $\boxed{T=\frac{F}{L}}\xrightarrow{\text{細針兩側皆與水面接觸}}\begin{cases}F\cdot\sin\theta=mg(\text{細針重量})\\ L\to 2L\end{cases}$

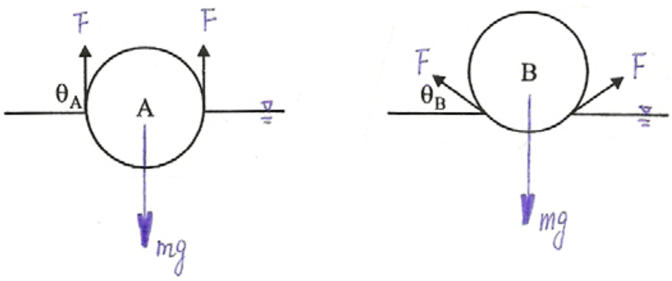
$$\therefore\ T=\frac{\left(\dfrac{mg}{\sin\theta}\right)}{2L}=\frac{mg}{2L\sin\theta}\xrightarrow{T,L=const.}mg\propto\sin\theta$$

$(A)\times$
$(C)\times$ （1）「同一液體」，對物體產生相同的表面張力。

$(B)O$
$(D)\times$ （2）如下圖所示，$\theta_A>\theta_B$，$\begin{cases}\theta\uparrow\\ \sin\theta\uparrow\end{cases}$，$(mg)_A>(mg)_B$

$(E)\times$ （3）液體對細針產生的向上總力 $F\sin\theta$：

$$F\sin\theta=mg\xrightarrow{\text{承}(2)}(F\sin\theta)_A>(F\sin\theta)_B$$



3. 在獨立系統中，下列敘述何者正確？

（A）兩物作正向碰撞期間，總動量可能會變

（B）兩物作正向彈性碰撞期間，兩物體間的交互作用力為定力

（C）兩物作正向彈性碰撞期間，總動能不變

（D）碰撞前接近速率必等於碰撞後分離速率

（E）兩物作正向彈性碰撞，最接近時，一物所增加的動能，小於另一物所減少的動能。

【參考答案】：（**E**）

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十章 碰　撞

【解題策略】：碰撞，按「能量的變化」分類：

（1）彈性碰撞——兩物體碰撞前後維持總動能不變。

（2）非彈性碰撞——兩物體碰撞前後總動能會減少。

①完全非彈性碰撞——兩物體碰撞後結合成一體。

②非完全彈性碰撞——兩物體碰撞後各自分離。

【試題解析】：$(A)\times$　（1）獨立系統內的物體碰撞，「碰撞期間」、「碰撞前後」總動量守恆。

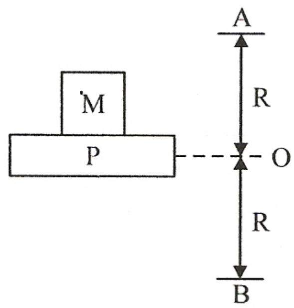
$(B)\times$　（2）物體碰撞，期間的交互作用力不一定為定力。

$(C)\times$　（3）兩物作正向彈性碰撞，「碰撞前後」總動能不變，但「碰撞期間」總動能可能因「勢能」的產生而改變。

$(D)\times$　（4）兩物體進行「正向彈性碰撞」，碰撞前接近速率必等於碰撞後分離速率，$v_1 - v_2 = u_2 - u_1$。

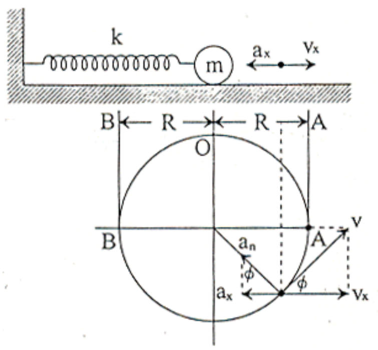
$(E)O$　（5）兩物體進行「正向彈性碰撞」，「碰撞期間」、「碰撞前後」總能量守恆。

4. 如右圖所示，一質量為$3kg$的平板P保持水平，在鉛直方向作週期為π秒的簡諧運動，P上面放置一質量為$1kg$的物體M，若M要與P一直保持接觸，則振幅R最大值為多少?



(A) 0.5 公尺
(B) 1.0 公尺
(C) 2.5 公尺
(D) 4.0 公尺
(E) 10.0 公尺。

【參考答案】:(**C**)
【考題難度】:★★
【命題出處】:物質科學物理篇(上)－第五章 牛頓運動定律的應用
【解題策略】:簡諧運動($S.H.M.$):



(1) 條件－$\boxed{\vec{F}=-k\vec{x}}$ 或 $\boxed{\vec{a}=-\dfrac{k}{m}\vec{x}}$

(2) 運動要項－$\boxed{\begin{cases}速率: V_x = V\cdot\cos\phi \\ 加速率: a_x = a_n\cdot\sin\phi\end{cases}}$

$\boxed{週期: T = 2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$

$\boxed{最大速率: (V_x)_{\max} = \dfrac{2\pi R}{T}}$

$\boxed{最大加速率: (a_x)_{\max} = \dfrac{(V_x)_{\max}{}^2}{R} = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2}}$

【試題解析】:$(M+P)$系統達最高位置時，物體M恰以其重量(Mg)下壓平板P。

由 $S.H.M.$：$\boxed{F_{\max} = m\cdot(a_x)_{\max}}$ $\boxed{(a_x)_{\max} = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2}}$

$\therefore\ 1\times10 = 1\cdot\dfrac{4\pi^2\cdot R}{\pi^2}$，$R = 2.5m$

5. 質量為$3kg$之木塊從距水平地面 10 公尺高處自由落下，當木塊下落至距地面 5 公尺之高度時，被一質量為$1kg$、速度為$2m/\sec$之子彈從水平方向射中。若子彈射入木塊時間極短並嵌在木塊中，則木塊被射中後再經幾秒後落至地面上？

(A) 0.4 秒　(B) 0.5 秒　(C) 0.7 秒　(D) 0.8 秒　(E) 1.0 秒。

【參考答案】：(**B**)

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十章 碰　撞

【解題策略】：(1) 動量守恆定律：

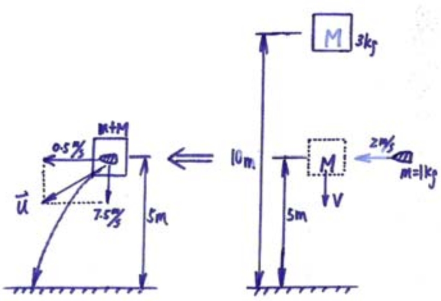
系統所受合外力為零時，系統的總動量將保持不變，此稱為動量守恆定律。

$$\boxed{\vec{F}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{P}'(t)\xrightarrow{\text{當}\Sigma\vec{F}=0}\vec{P}(t)=const.}$$

(2) 斜向下拋射運動＝（等速度運動）$_X$＋（下拋運動）$_Y$

【試題解析】：(1) 木塊自由落下$5m$：

依 $\boxed{V^2=2gh}$　$V_M=\sqrt{2\times10\times5}=10\dfrac{m}{\sec},\downarrow$



(2) 子彈射入木塊，瞬間結合，動量守恆：

依　$1\cdot(-2\vec{i})+3\cdot(-10\vec{j})=(1+3)\cdot\vec{u}$

∴合體速度　$\vec{u}=-0.5\vec{i}-7.5\vec{j}$

(3) 承 (2)，合體進行斜向下拋射運動：

依 $\boxed{S=V_0t+\dfrac{1}{2}gt^2}$　$5=7.5t+\dfrac{1}{2}\cdot10\cdot t^2$，$t=0.5\sec$

6. 若有一衝量$\vec{J}=1.5\vec{i}+2.5\vec{j}$牛頓-秒，其作用在初速度$\vec{V}=7\vec{i}-3\vec{j}$公尺/秒的 500 公克質點上，則在此過程中力對該質點所作的功為何？

(A) 5.5 焦耳　(B) 11.5 焦耳　(C) 23.0 焦耳　(D) 32.5 焦耳　(E) 41.5 焦耳。

【參考答案】：(**B**)

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第八章 功與動能

【解題策略】：(1) 衝量（J）與動量（P）間的關係：$\boxed{J=\Delta P=m\cdot\Delta V=m\left(V_f-V_i\right)}$

(2) 功能原理：合力（ΣF）對一物體所作的功，等於此物體動能的變化量（ΔE_K）。

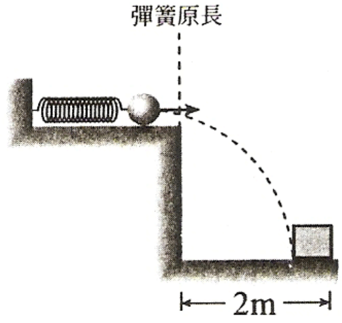
$$\boxed{W_{合}=\Sigma F\cdot S=\left(E_K\right)_f-\left(E_K\right)_i=\Delta E_K}$$

【試題解析】：(1) 依 $\boxed{\vec{J}=\Delta\vec{P}}$ $1.5\vec{i}+2.5\vec{j}=0.5\cdot\left[\vec{V_f}-\left(7\vec{i}-3\vec{j}\right)\right]$，$\vec{V_f}=10\vec{i}+2\vec{j}$

(2) 計算施力前後各速度之量值：$\begin{cases}V_i=\sqrt{7^2+\left(-3\right)^2}=\sqrt{58}\\V_f=\sqrt{10^2+2^2}=\sqrt{104}\end{cases}$

依 $\boxed{W_{合}=\Delta E_K}$ $W_{合}=\frac{1}{2}m\left(V_f{}^2-V_i^2\right)=\frac{1}{2}\cdot0.5\cdot\left(104-58\right)=11.5J$

7. 一彈簧固定於光滑的水平桌面上，欲將彈珠擊出於初次落地即命中地上的盒子，如右圖所示，若壓縮彈簧1cm則差40cm才能命中。試問應壓縮彈簧多少才能命中?（視彈珠與盒子為質點）



（A）1.25 公分
（B）1.50 公分
（C）1.75 公分
（D）2.00 公分
（E）2.50 公分。

【參考答案】:（**A**）

【考題難度】: ★★

【命題出處】: 物質科學物理篇（下）－第九章 位能與能量守恆定律

【解題策略】: 力學能守恆原理：非保守力作功爲零的系統，其總力學能守恆。

$$\boxed{W_{\text{非保守力}}=0\xrightarrow{\text{數學式}}\Sigma E=E_K+E_P+E_e=const.}\begin{cases}E_K=\dfrac{1}{2}mV^2\cdots\cdots\cdots\text{動能}\\ E_P=mgh\cdots\cdots\text{重力位能}\\ E_e=\dfrac{1}{2}k\Delta x^2\cdots\text{彈力位能}\end{cases}$$

【試題解析】:（1）依 $\boxed{\Sigma E=E_K+E_e=const.}\xrightarrow{\text{彈珠質量爲}m}\dfrac{1}{2}k\cdot\Delta x^2=\dfrac{1}{2}m\cdot V^2$

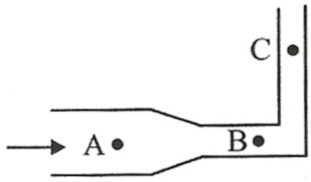
$$\therefore\ V=\sqrt{\frac{k}{m}}\cdot\Delta x\xrightarrow{k,m=const.}V\propto\Delta x$$

（2）彈珠自桌緣射入盒子，進行水平拋射運動：

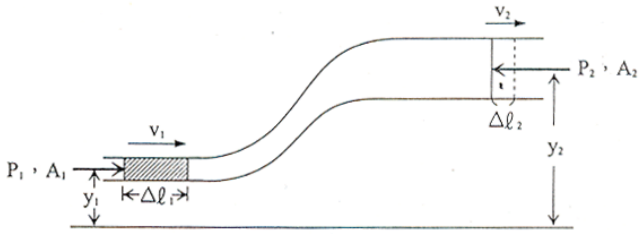
$$\begin{cases}h=\dfrac{1}{2}g\cdot t^2\Rightarrow t=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}\\ R=V_0\cdot t\Rightarrow R=V\cdot\sqrt{\dfrac{2h}{g}}\xrightarrow{h,g=const.}R\propto V\propto\Delta x\end{cases}$$

$$\therefore\ \frac{1}{\Delta x'}=\frac{200-40}{200}\text{，}\Delta x'=1.25\ cm$$

8. 一粗細不均勻的管子如右圖所示，管子的右端與地面垂直，若 A、B 兩點等高，且 A、B、C 三處的截面積大小關係為 $A > B > C$。由管子的左端注入穩定水流，則下列敘述何者正確？
（A）A 點的流速比 C 點小
（B）B 點的流速比 A 點小
（C）B 點的水壓比 A 點大
（D）C 點的水壓比 A 點大
（E）如果 A、C 點間的高度差為 h，且 ρ 為水的密度，則 A 點壓力比 C 點多 ρgh。



【參考答案】：(**A**)
【考題難度】：★★
【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十一章 流體的性質
【解題策略】：（1）連續方程式的本質是「質量守恆」：$\boxed{AV = const.}$
（2）白努利方程式的本質是「能量守恆」：假設流體是不可壓縮的穩定流



$$\boxed{P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2} \Leftrightarrow \boxed{P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho V^2 = const.}$$

【試題解析】：(A)O　（1）依 $\boxed{AV = const.}$ $V \propto \frac{1}{A}\begin{cases} A_A > A_C \\ V_A < V_C \end{cases}$

$(B)\times$　（2）同（1），$\begin{cases} A_A > A_B \\ V_A < V_B \end{cases}$

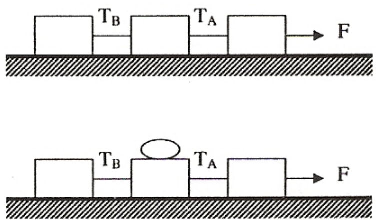
$(C)\times$　（3）依 $\boxed{P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho V^2 = const.} \xrightarrow{h_A = h_B} \boxed{P + \frac{1}{2}\rho V^2 = const.}\begin{cases} V \uparrow \\ P \downarrow \end{cases}$

承（2）：$V_A < V_B \xrightarrow{\text{反比}} P_A > P_B$

$(D)\times$
$(E)\times$　（4）同（3），$P_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = P_C + \rho g h + \frac{1}{2}\rho V_C^2$（定 $y_A = 0$）

$$\therefore\ \Delta P_{AC} = P_A - P_C = \frac{1}{2}\rho\left(V_C^2 - V_A^2\right) + \rho g h > 0 \Rightarrow P_A > P_C$$

9. 如右圖所示，用定力 F 拉三個以細繩連接的木塊，木塊在光滑平面上，此時繩子的張力分別為 T_A 、 T_B 。今在中間物體上放一初速度為零的重物後，則下列何者正確？(木塊與重物的摩擦力夠大，使重物不脫離木塊)



(A) T_A 、 T_B 均變大
(B) T_A 、 T_B 均變小
(C) T_A 變小、 T_B 變大
(D) T_A 變大、 T_B 變小
(E) 均不變。

【參考答案】:(**D**)

【考題難度】: ★★

【命題出處】: 物質科學物理篇（上）－第五章 牛頓運動定律的應用

【解題策略】: 善取隔離體圖、分析內力：

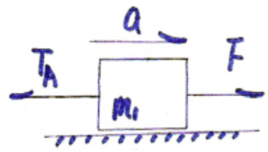
（1）隔離部分物塊，物塊週邊凡有與之接觸的部分就有力的作用，均需一一繪出，如此的物塊受力圖即為隔離體圖。

（2）承（1）所述，取得物塊的隔離體圖，依牛頓第二運動定律，$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$，列式解析。

【試題解析】:（1）置放重物前後：依 $\boxed{\Sigma F = m\cdot a} \xrightarrow{\Sigma F=F=const.} \begin{cases} m\uparrow \\ a\downarrow \end{cases}$

（2）比較第一物塊（ m_1 ）的受力情形：(a) 圖

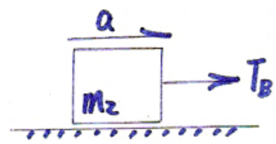
由 $F - T_A = m_1\cdot a$ ， $T_A = F - m_1 a \xrightarrow{F,m_1=const.} \begin{cases} a\downarrow \\ T_A\uparrow \end{cases}$



(a)

（3）比較第二物塊（ m_2 ）的受力情形：(b) 圖

由 $T_B = m_2\cdot a$ ， $T_B = m_2 a \xrightarrow{F,m_1=const.} \begin{cases} a\downarrow \\ T_B\downarrow \end{cases}$



(b)

10. 一量熱器中裝有 50 克、25℃的水，再加入 60 克、85℃的水後，不計熱量散失的情況達熱平衡時的溫度為 45℃。若此時再將 148℃、20 克的某金屬丟入此量熱器中，測得最後平衡溫度為 48℃，則該金屬的比熱為多少？

（A）0.25 卡/克‧℃　（B）0.27 卡/克‧℃　（C）0.28 卡/克‧℃

（D）0.30 卡/克‧℃　（E）0.32 卡/克‧℃。

【參考答案】：（**B**）

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十二章 熱 學

【解題策略】：（1）物質的熱量計算：$\boxed{H = m \times S \times \Delta t}$ $\begin{cases} H: 熱量(cal, 卡) \\ m: 質量(g) \\ S: 比熱(cal/g\cdot{}^0C) \\ \Delta t: 溫度變化量({}^0C) \end{cases}$

（2）金屬試樣比熱的測量：

①測量量熱器的水當量。

當量熱器溫度改變時，所吸收或放出的熱量，若恰能使 M 克的水作相同溫度的改變，則稱此量熱器的水當量爲 M 公克。

②採「混合量熱法」，測量金屬試樣的比熱。

【試題解析】：（1）測量量熱器的水當量：

①依 $\boxed{H_{放} = H_{吸}}$ $H_{量熱器} + 50\cdot 1\cdot(45-25) = 60\cdot 1\cdot(85-45)$，$H_{量熱器} = 1400cal$

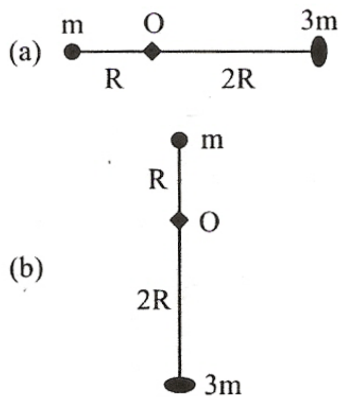
②設量熱器的水當量為 Mg，得 $1400 = M\cdot 1\cdot(45-25)$，$M = 70g$

（2）測量金屬塊比熱：

依 $\boxed{H_{放} = H_{吸}}$ $20\cdot S_{金屬塊}\cdot(148-48) = 70\cdot 1\cdot(48-45) + 110\cdot 1\cdot(48-45)$

$\therefore\ S_{金屬塊} = 0.27\dfrac{cal}{g^0C}$

11. 如右圖（a）所示，一質量可忽略之細桿最初維持水平方向擺放，以桿上 O 點為固定轉軸並於 O 點兩側距離為 R 、 $2R$ 分別掛上質量為 m 、 $3m$ 的小球。若小球質量分佈均勻，且球半徑遠小於 R 。則使桿與小球受重力作用由靜止釋放轉動，不計摩擦力作用影響，試問系統(兩個小球)在桿與地面成垂直方向瞬間，如右圖(b)所示，對 O 點之總角動量量值為何?



（A） $13mgR$

（B） $\sqrt{m^2gR^3}$

（C） $\sqrt{60m^2gR^3}$

（D） $\sqrt{120m^2gR^3}$

（E） $\sqrt{130m^2gR^3}$ 。

【參考答案】：（**E**）

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第六章 轉 動

【解題策略】：（1）力學能守恆原理：非保守力作功爲零的系統，其總力學能守恆。

$$\boxed{W_{\text{非保守力}}=0\xrightarrow{\text{數學式}}\Sigma E=E_K+E_P=const.}\begin{cases}E_K=\dfrac{1}{2}mV^2\cdots\cdots\text{動能}\\E_P=mgh\cdots\cdots\text{重力位能}\end{cases}$$

（2）角動量的定義：
$$\begin{cases}\vec{l}=\vec{r}\times\vec{P}=m\cdot\vec{r}\times\vec{V}(\text{向量式})\\l=r\cdot P\sin\theta=m\cdot r\cdot V\sin\theta(\text{純量式})(\theta:\vec{r},\vec{V}\text{之夾角})\end{cases}$$

【試題解析】：（1）依 $\boxed{\Sigma E=E_K+E_P=const.}$（定軸心處為零位面）

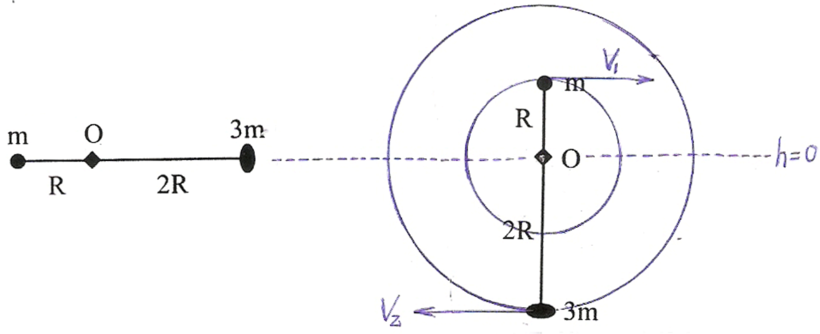
$$0=(\frac{1}{2}m\cdot V_1^{\ 2}+mg\cdot R)+\left[\frac{1}{2}\cdot 3m\cdot V_2^{\ 2}+3mg\cdot(-2R)\right]\cdots\cdots(a)$$

又 $\boxed{V=r\omega}\xrightarrow{\omega=const.}V\propto r$ ， $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{R}{2R}=\dfrac{1}{2}\xrightarrow{\text{令}}\begin{cases}V_1=V\\V_2=2V\end{cases}\cdots(b)$

將 (b) 代入 (a) ，解得 $V=\sqrt{\dfrac{10}{13}gR}=V_1$ ， $V_2=2\sqrt{\dfrac{10}{13}gR}$

（2）依 $\boxed{l=mvr\sin\theta}$

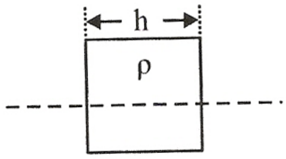
$\therefore\ \Sigma\vec{l}=m\cdot V_1\cdot R,\ \bullet\ +3m\cdot V_2\cdot 2R,\ \bullet\ =\sqrt{130m^2gR^3}$ •



12. 如右圖所示，一邊長h、密度ρ之正立方體木塊，浮於一液體表面，自靜止下壓一段距離x後釋放，則此木塊將來回作簡諧運動，其週期為T，若重力加速度為g，則此液體之密度為何？

(A) $\dfrac{2\pi^2 h\rho}{T^2 g}$　(B) $\dfrac{4\pi^2 T^2 g}{h\rho}$　(C) $\dfrac{2\pi^2 hg}{T^2\rho}$

(D) $\dfrac{4\pi^2 h\rho}{T^2 g}$　(E) $\dfrac{2\pi^2 T^2}{h}$。



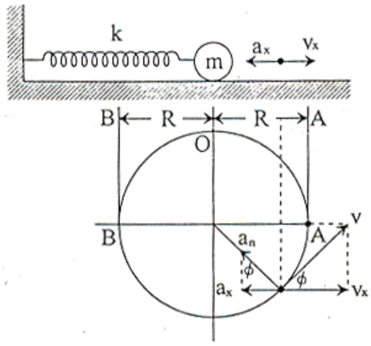
【參考答案】：(**D**)

【考題難度】：★★★

【命題出處】：物質科學物理篇（上）－第五章 牛頓運動定律的應用

【解題策略】：(1) 簡諧運動（$S.H.M.$）：

①條件－$\boxed{\vec{F}=-k\vec{x}}$ 或 $\boxed{\vec{a}=-\dfrac{k}{m}\vec{x}}$



②運動要項－ $\boxed{\begin{cases}速率:V_x=V\cdot\cos\phi\\ 加速率:a_x=a_n\cdot\sin\phi\end{cases}}$

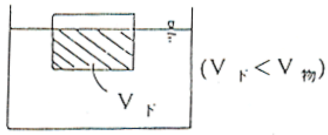
$\boxed{週期:T=2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$

$\boxed{最大速率:(V_x)_{\max}=\dfrac{2\pi R}{T}}$

$\boxed{最大加速率:(a_x)_{\max}=\dfrac{(V_x)_{\max}{}^2}{R}=\dfrac{4\pi^2 R}{T^2}}$

(2) 浮力的計算公式：($W_{液}=0$)

$\boxed{浮力(B)=W_{空}=V_{下}\times\rho_{液}\times g}$



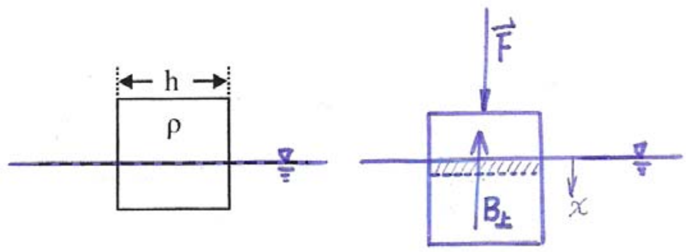
【試題解析】：(1) 靜止下壓木塊一段距離x後釋放：

依 $\boxed{B=W_{空}=V_{下}\times\rho_{液}\times g}$ $F_{恢復力}=B_{上}=(h^2\cdot x)\cdot\rho_{液}\cdot g,\uparrow$

得 $\overrightarrow{F_{恢復力}}=-h^2\rho_{液}g\vec{x}\Leftrightarrow\boxed{\vec{F}=-k\vec{x}}$

∴木塊進行$S.H.M.$，且 $k=h^2\rho_{液}g$

(2) 又 $\boxed{T=2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$ $T=2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{h^3\rho}{h^2\rho_{液}g}}=2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{h\rho}{\rho_{液}g}}$，$\rho_{液}=\dfrac{4\pi^2 h\rho}{T^2 g}$



13. 2009 聽障奧運在台北隆重舉辦，大雄參與這場盛會，除了到田徑場觀賞精彩賽事並為選手加油。大雄對於各選手的拚戰精神感到敬佩外，也對『男子十項全能賽』印象深刻，尤其是其中的『標槍』項目。若『標槍』的拋射過程視為斜向拋射運動(忽略選手拋出標槍時的離地高度)，當大雄發現標槍射出後著地的水平射程與飛行時最大高度相等時，可設拋射角與地面成θ角，則下列何者關係成立?

（A）$\tan\theta=\frac{1}{4}$　（B）$\tan\theta=\frac{1}{2}$　（C）$\tan\theta=1$　（D）$\tan\theta=2$　（E）$\tan\theta=4$。

【參考答案】:（**E**）

【考題難度】:★

【命題出處】:高級中學物質科學（物理篇）課程標準－二、運動學－平面運動

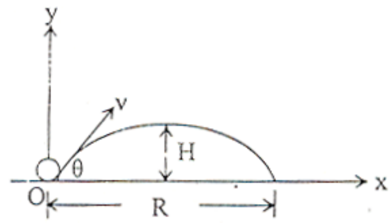
【解題策略】:斜向上拋射運動＝（等速度運動）$_X$＋（上拋運動）$_Y$

（1）軌跡方程式－ $\boxed{y=\tan\theta\cdot x-\frac{g}{2V_0^{\,2}\cos^2\theta}\cdot x^2}$

（2）最大高度－ $\boxed{H=\frac{V_0^{\,2}\sin^2\theta}{2g}}$

（3）水平射程－ $\boxed{R=\frac{V_0^{\,2}\sin 2\theta}{g}}$

（4）飛行時間－ $\boxed{t_f=\frac{2V_0\sin\theta}{g}=2t_T}$

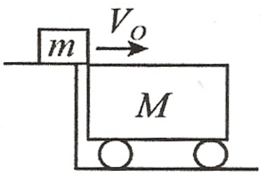


【試題解析】:依 $\boxed{H=\frac{V_0^{\,2}\sin^2\theta}{2g}}$ $\boxed{R=\frac{V_0^{\,2}\sin 2\theta}{g}}$ $\xrightarrow{\text{相除}}$ $\frac{H}{R}=\frac{\left(\frac{V_0^{\,2}\sin^2\theta}{2g}\right)}{\left(\frac{V_0^{\,2}\cdot 2\sin\theta\cos\theta}{g}\right)}=\frac{1}{4}\tan\theta$

又 $H=R$，得 $\tan\theta=4$

14. 如右圖所示，質量為 $M=3kg$ 的小車靜止在光滑的水平面上，質量為 $m=1kg$ 的物體以水平速度 $V_0=20m/\sec$ 滑上小車的水平面上，若物體與小車間的動摩擦係數為 $\mu_K=0.5$，且小車夠長使物體沒有滑離小車。求物體滑上小車後經過多少時間小車和物體的相對速度為零?

（A）1 秒
（B）2 秒
（C）3 秒
（D）4 秒
（E）5 秒。



【參考答案】:（**C**）
【考題難度】: ★★★
【命題出處】: 物質科學物理篇（上）－第四章 牛頓運動定律
【解題策略】:（1）動量守恆定律：

系統所受合外力爲零時，系統的總動量將保持不變，此稱爲動量守恆定律。

$$\boxed{\vec{F}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{P}'(t)\xrightarrow{\text{當}\Sigma\vec{F}=0}\vec{P}(t)=const.}$$

（2）衝量（J）與動量（P）間的關係：

$$\boxed{J=\Delta P=m\cdot\Delta V=m(V_f-V_i)}$$

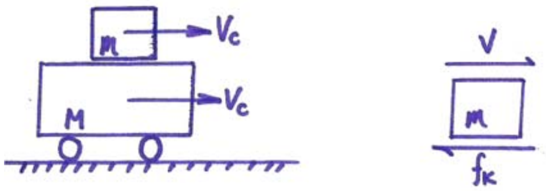
【試題解析】:（1）當小車和物體的相對速度為零，即 $V_{\text{車}}=V_{\text{物}}=V_C$，如圖（a）所示。

依 $\boxed{\Sigma P=const.}$ $1\times 20=(1+3)\times V_C$，$V_C=5\dfrac{m}{\sec}$

（2）取物體為隔離體圖：如圖（b）所示

①物體受定力（$f_K=const.$）而煞車，速度由 V_0 降至 V_C，即受有衝量作用。

②由 $\boxed{J=\Delta P}$ $-f_K\cdot\Delta t=m\cdot(V_C-V_0)$，$-(0.5\times 10)\cdot\Delta t=1\cdot(5-20)$，$\Delta t=3\sec$



（a）　　　　（b）

【另解】:（1）當小車和物體的相對速度為零，即 $V_{\text{車}}=V_{\text{物}}=V_C$，如圖（a）所示。

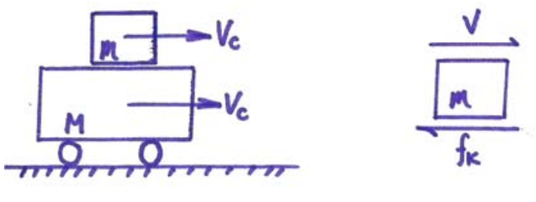
依 $\boxed{\Sigma P=const.}$ $1\times 20=(1+3)\times V_C$，$V_C=5\dfrac{m}{\sec}$

（2）取物體為隔離體圖：如圖（b）所示

①物體受定力（$f_K=const.$）而煞車，速度由 V_0 降至 V_C，為一等加速度運動。

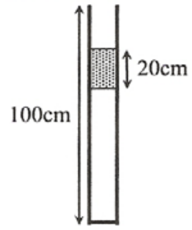
依 $\boxed{\Sigma F=m\cdot a}$ $-0.5\times 10=1\times a$，$a=-5\dfrac{m}{\sec^2}$

②由 $\boxed{V=V_0+at}$ $5=20-5\cdot\Delta t$，$\Delta t=3\sec$



（a）　　　　（b）

15. 如右圖所示，有一開口向上鉛直放置之均勻玻璃管長100cm，管內有一段長20cm的水銀柱，當氣溫為26.85℃時，水銀柱下方的空氣柱長度為60cm，大氣壓力為80$cm-Hg$。若不計玻璃與水銀的熱膨脹，且將空氣視為理想氣體，則當溫度多少時將溢出一半的水銀柱?(0℃＝273.15K)

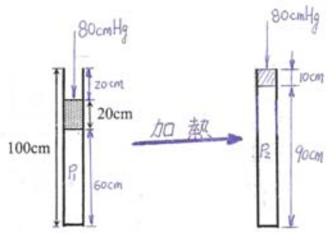


（A）380K
（B）395K
（C）405K
（D）410K
（E）420K。

【參考答案】:（**C**）
【考題難度】:★★
【命題出處】:物質科學物理篇（下）－第十三章 氣體動力論
【解題策略】:氣體物態方程式：$\boxed{PV=nRT}\begin{cases} P:氣體壓力\left(N/m^2\right) \\ V:容器體積\left(m^3\right) \\ n:氣體莫耳數\left(mole\right) \\ R:氣體常數\left(8.3\right) \\ T:氣體溫體\left(K\right) \end{cases}$

【試題解析】:（1）加熱前後，空氣柱壓力、體積的變化：右圖所示

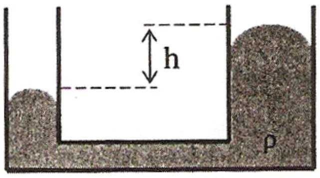
$$\begin{cases} P_1=80+20=100cmHg, V_1=60A \\ P_2=80+10=90cmHg, V_2=90A \end{cases}$$



（2）依 $\boxed{PV=nRT}\xrightarrow{n,R=const.}T\propto PV$，$\dfrac{T_1}{T_2}=\dfrac{P_1V_1}{P_2V_2}$

$$\therefore\ \frac{273.15+26.85}{T_2}=\frac{100\times60A}{90\times90A}，T_2=405K$$

16. 如右圖所示，一U形玻璃毛細管，左、右管內的半徑各為R及$3R$。管內裝密度ρ的液體時，液面與玻璃的接觸角為120^0，若兩管的液面高度差為h，重力加速度g，則該液體的表面張力為何?



（A）$3Rh\rho g$

（B）$\frac{3}{2}Rh\rho g$

（C）$Rh\rho g$

（D）$\frac{1}{2}Rh\rho g$

（E）$\frac{1}{3}Rh\rho g$ 。

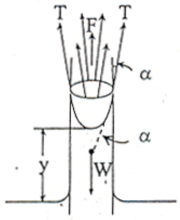
【參考答案】:（**B**）

【考題難度】: ★★

【命題出處】: 物質科學物理篇（下）－第十一章 流體的性質

【解題策略】: 空心圓柱形毛細管內外高度差：

$$\boxed{y=\frac{2T\cos\alpha}{r\rho g}}\begin{cases} T:\text{表面張力的大小}(N) \\ \alpha:\text{接觸角} \\ \rho:\text{液體密度}\left(\frac{kg}{m^3}\right) \\ r:\text{管的內半徑}(m) \end{cases}$$



【試題解析】: 依 $\boxed{y=\frac{2T\cos\alpha}{r\rho g}}\begin{cases} \text{左側毛細高度}\xrightarrow{r=3R,\theta=120^0} h_{左}=\frac{2T\cos120^0}{3R\cdot\rho g}=-\frac{T}{3R\rho g} \\ \text{右側毛細高度}\xrightarrow{r=R,\theta=120^0} h_{右}=\frac{2T\cos120^0}{R\rho g}=-\frac{T}{R\rho g} \end{cases}$

又 $\boxed{\left|h_{右}-h_{左}\right|=h}$ $\frac{2T}{3R\rho g}=h$ ，$T=\frac{3}{2}Rh\rho g$

17. 一質量為M、動能為E_K的物體，與另一質量相等的靜止物體作正向碰撞，若碰撞期間兩者之間的作用力為定值F，則碰撞開始到兩物最接近距離所需時間為何？？

（A）$\dfrac{\sqrt{2ME_K}}{2F}$　（B）$\sqrt{\dfrac{2M}{E_K F}}$　（C）$\sqrt{\dfrac{2F}{ME_K}}$　（D）$\dfrac{\sqrt{ME_K}}{F}$　（E）$\dfrac{\sqrt{2ME_K}}{F}$。

【參考答案】：（**A**）

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十章 碰　撞

【解題策略】：（1）動量守恆定律：

系統所受合外力爲零時，系統的總動量將保持不變，此稱爲動量守恆定律。

$$\boxed{\vec{F} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{P}'(t) \xrightarrow{當\Sigma\vec{F}=0} \vec{P}(t) = const.}$$

（2）衝量（J）與動量（P）間的關係：$\boxed{J = \Delta P = m \cdot \Delta V = m(V_f - V_i)}$

【試題解析】：（1）兩物體正向碰撞，不受外力作用，碰撞前後動量守恆：

依 $\boxed{\Sigma P_i = const.} \xrightarrow{P=\sqrt{2mE_K}} \sqrt{2ME_K} = (M+M)\cdot V_C$（兩物達$V_C$，碰撞最接近）

$\therefore\ V_C = \dfrac{\sqrt{2ME_K}}{2M}$

（2）依 $\boxed{J = F\cdot\Delta t = \Delta P} \xrightarrow{被撞物體} F\cdot\Delta t = M\cdot V_C - 0$，$\Delta t = \dfrac{MV_C}{F}$

代入（1）式，得 $\Delta t = \dfrac{\sqrt{2ME_K}}{2F}$

18. 今有互相垂直的兩定力F_1及F_2，同時作用於一靜止的物體上，經一段時間後，兩力對物體作的總功為W，則F_1對物體作的功為何?

（A）$\left(\dfrac{F_1}{F_1+F_2}\right)W$　（B）$\left(\dfrac{F_1}{\sqrt{F_1^{\ 2}+F_2^{\ 2}}}\right)W$　（C）$\left(\dfrac{F_1^{\ 2}}{F_1^{\ 2}+F_2^{\ 2}}\right)W$

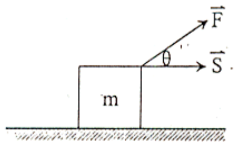
（D）$\left(\dfrac{F_1^{\ 2}}{(F_1+F_2)^2}\right)W$　（E）$(\sqrt{\dfrac{F_1}{F_1+F_2}})W$ 。

【參考答案】:（**C**）

【考題難度】:★★★

【命題出處】:物質科學物理篇（下）－第八章 功與動能

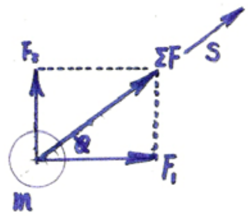
【解題策略】:功的定義：$\boxed{W=\vec{F}\cdot\vec{S}=FS\cos\theta}\begin{cases}\vec{F}:\text{作用外力}(N)\\ \vec{S}:\text{位移}(m)\\ \theta:\vec{F}\text{與}\vec{S}\text{間之夾角}\end{cases}$



【試題解析】:（1）計算物體所受的合力：$\overrightarrow{F_1}\perp\overrightarrow{F_2}$ ，$\Sigma F=\sqrt{F_1^{\ 2}+F_2^{\ 2}}$

（2）依 $\boxed{W=\vec{F}\cdot\vec{S}=FS\cos\theta}$（令位移為$S$）

$$\begin{cases}\text{合力對物體作功}(\theta=0^0):W=\Sigma F\cdot S\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)\\ F_1\text{對物體作功}(\theta=\phi):W_1=F_1\cdot S\cos\phi=F_1\cdot S\cdot\dfrac{F_1}{\Sigma F}\cdots(b)\end{cases}$$

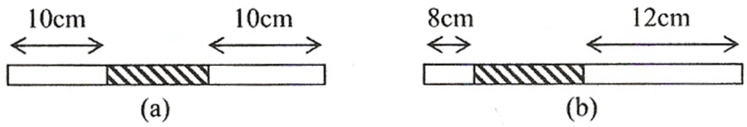


由 $\dfrac{(b)}{(a)}$，得 $\dfrac{W_1}{W}=\dfrac{F_1^{\ 2}}{\Sigma F^2}\xrightarrow{\text{代入}(1)\text{式}}\dfrac{W_1}{W}=\dfrac{F_1^{\ 2}}{F_1^{\ 2}+F_2^{\ 2}}$

$\therefore\ W_1=\left(\dfrac{F_1^{\ 2}}{F_1^{\ 2}+F_2^{\ 2}}\right)W$

19. 如右圖（a）所示，兩端封閉且粗細均勻的玻璃管內含有理想氣體，今用 10 公分的水銀柱將管內分為左右各 10 公分長的氣室，兩氣室內的壓力均為$96cm-Hg$。若玻璃管作等加速度直線運動，使右室氣體體積為原來的 1.2 倍，如右圖（b）所示，則玻璃管加速度約為何?

（A）$20m/\sec^2$，向左
（B）$40m/\sec^2$，向左
（C）$20m/\sec^2$，向右
（D）$40m/\sec^2$，向右
（E）$10m/\sec^2$，向右。



【參考答案】:（**D**）

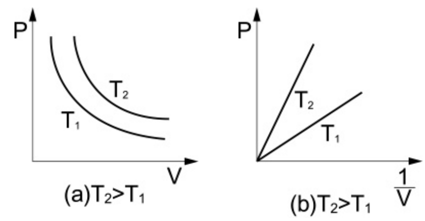
【考題難度】: ★★★

【命題出處】: 物質科學物理篇（下）－第十三章 氣體動力論

【解題策略】:（1）波以耳定律：

密閉容器內定量低密度氣體，在<u>定溫</u>下，其壓力P與體積V成反比關係，稱爲波以耳定律。

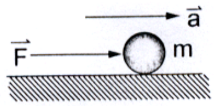
$$P \propto \frac{1}{V} \Leftrightarrow \boxed{PV = const.} \Leftrightarrow \boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}}$$



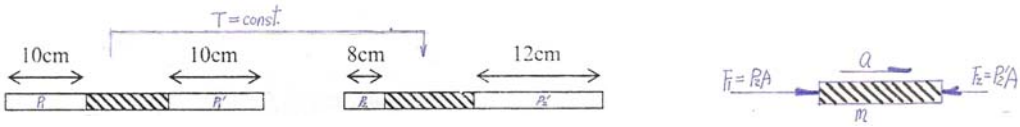
（2）牛頓第二運動定律：

物體所受外力之合力不爲零時，則會沿合力方向產生一個「加速度」，此加速度的大小和外力的合力成正比，和物體的質量成反比。

$$\boxed{\Sigma F = m \times a}\begin{cases} \Sigma F: 作用淨外力(合力)(N) \\ m: 物體質量(kg) \\ a: 加速度(m/\sec^2) \end{cases}$$



【試題解析】:



（a）　　　　　　　　　　　　　　　　（b）

（1）依 $\boxed{PV = const.} \xrightarrow{(a)?:波以耳定律} \begin{cases} 96\times 10A = P_2 \times 8A \\ 96\times 10A = P_2' \times 12A \end{cases} \xrightarrow{解得} \begin{cases} P_2 = 120cmHg \\ P_2' = 80cmHg \end{cases}$

（2）取「水銀柱」為隔離體圖：（b）圖

依 $\boxed{\Sigma F = m \times a}\begin{cases} F_1 = P_2 A = \dfrac{120}{76} atm \cdot (1.013\times 10^5)\dfrac{Pa}{atm} \cdot A, \rightarrow \\ F_2 = P_2' A = \dfrac{80}{76} atm \cdot (1.013\times 10^5)\dfrac{Pa}{atm} \cdot A, \leftarrow \\ m = (0.1\times A)\cdot(13.6\times 10^3) = 1.36\times 10^3 A \end{cases}$

由 $F_1 > F_2$，得知合力方向向右

$\therefore\ F_1 - F_2 = m\cdot a \xrightarrow{代入各數值} a = 39\dfrac{m}{\sec^2}, \rightarrow$ ……選項（D）

20. 從地球表面射出一砲彈，只考慮地球、太陽引力，其他一切作用力均不計，設太陽、地球質量分別為M_S、M_e，兩者相距r，地球半徑為R，地球自轉略而不計。欲使射出的砲彈脫離太陽系，則自地面發射時的最小速度為何？

(A) $\sqrt{\dfrac{GM_S}{r}}$　(B) $\sqrt{\dfrac{2GM_e}{R}+\dfrac{2GM_S}{R+r}}$　(C) $\sqrt{\dfrac{2GM_e}{R}+\dfrac{2GM_S}{r}}$

(D) $\sqrt{\dfrac{2GM_e}{R}+\dfrac{2GM_S}{r}}+\sqrt{\dfrac{GM_S}{r}}$　(E) $\sqrt{\dfrac{2GM_e}{R}+\dfrac{2GM_S}{r}}-\sqrt{\dfrac{GM_S}{r}}$。

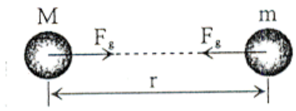
【參考答案】：(**E**)

【考題難度】：★★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第九章 位能與能量守恆定律

【解題策略】：(**1**) 萬有引力定律：

$$\boxed{F_g=\frac{GMm}{r^2}}\begin{cases} m,M:\text{兩質點的質量}(kg)\\ F_g:\text{兩質點間的萬有引力}(N)\\ r:\text{兩質點間的連心距離}(m)\\ G:\text{萬有引力常數}\left(G=6.67\times10^{-11}\dfrac{Nm}{kg^2}\right)\end{cases}$$



(**2**) 引力場內衛星繞地球進行圓周運動，軌道上力學能守恆：

$$\boxed{E_K(r)=\frac{1}{2}mV^2=\frac{GMm}{2r}}\quad \boxed{U(r)=-\frac{GMm}{r}}$$

$$\boxed{E_T(r)=E_K(r)+U(r)=-\frac{GMm}{2r}=-E_K(r)=const.}$$

(3) 相對速度（$\overrightarrow{V_{AB}}$）：A對B（B看A）的相對速度（$\overrightarrow{V_{AB}}$）

$$\boxed{\overrightarrow{V_{AB}}=\overrightarrow{V_A}-\overrightarrow{V_B}}\begin{cases}\overrightarrow{V_A}:A\text{對地面的速度}(m/\sec)\\ \overrightarrow{V_B}:B\text{對地面的速度}(m/\sec)\end{cases}$$

【試題解析】：(1) 設地球繞太陽公轉之切線速度為u，$V_{地太}=u$：

依 $\boxed{F_n=m\cdot\dfrac{V^2}{r}}$ $\dfrac{GM_SM_e}{r^2}=M_e\cdot\dfrac{u}{r}$，$u=\sqrt{\dfrac{GM_S}{r}}$

(2) 計算砲彈在太陽系內所具有之總引力位能：

依 $\boxed{U(r)=-\dfrac{GMm}{r}}\xrightarrow{\text{砲彈質量}:m}\Sigma U=U_{mM_S}+U_{mM_e}$

$\therefore\ \Sigma U=\left(-\dfrac{GM_Sm}{r}\right)+\left(-\dfrac{GM_em}{R}\right)\xrightarrow{\text{脫離能}:E_e}E_e=-\Sigma U=\dfrac{GM_Sm}{r}+\dfrac{GM_em}{R}$

(3) 設砲彈相對於地面的發射速度為V，$V_{砲地}=V$：

依 $\boxed{\overrightarrow{V_{AB}}=\overrightarrow{V_A}-\overrightarrow{V_B}}\begin{cases}V_{砲地}=V_{砲彈}-V_{地球}\cdots\cdots(a)\\ V_{地太}=V_{地球}-V_{太陽}\cdots\cdots(b)\end{cases}\xrightarrow{(a)+(b)}V_{砲地}+V_{地太}=V_{砲彈}-V_{太陽}$

又 $V_{太陽}=0$，得 $V+u=V_{砲彈}$

$\therefore\ \dfrac{1}{2}m\cdot(V+u)^2=E_e=\dfrac{GM_Sm}{r}+\dfrac{GM_em}{R}$，$V=\sqrt{\dfrac{2GM_e}{R}+\dfrac{2GM_S}{r}}-\sqrt{\dfrac{GM_S}{r}}$

二、多重選擇題:(20%)

21. 下列有關「靜力平衡」實驗的敘述，何者正確?

(A) 實驗時，懸掛砝碼的細線只要共平面即可，力學桌不必維持水平

(B) 在共點力的實驗中，達成三力平衡時，只要掛砝碼的細線保持在銅環的法線上即可，銅環可以不必在力學桌中心

(C) 共點力的實驗裡，因為細線未碰到力學桌，故不需要考慮摩擦力的因素

(D) 不共點力的實驗裡，在圓盤下放鋼珠乃為了減少圓盤與力學桌之間的摩擦力

(E) 在三不共點力的實驗中，不考慮摩擦力的情形下，當其達成平衡時，三力的延長線應該交於一點。

【參考答案】:(**B**)(**D**)(**E**)

【考題難度】:★★

【命題出處】:物質科學物理篇(上)－實驗四 靜力平衡(一)平移平衡

【解題策略】:(**1**)靜力平衡 $\begin{cases} 移動平衡 \Leftrightarrow 不移動 \Leftrightarrow \Sigma F = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \\ 轉動平衡 \Leftrightarrow 不轉動 \Leftrightarrow \Sigma L = 0 \Leftrightarrow L_{順} = L_{逆} \end{cases}$

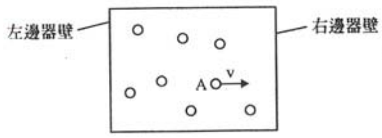
(**2**)靜力平衡下的力矩方程式:

處於靜力平衡的系統，可任取一位置爲支點，而系統內各力對該支點的力矩總和爲零。

【試題解析】:$(A)\times$ (1)力學桌應維持水平，否則銅環受細線拉力的平衡是砝碼重量沿平行力學桌面方向的分力

$(C)\times$ (2)細線未碰到力學桌，仍需要考慮摩擦力的因素。

22. 某溫度下，密閉容器中裝有氦氣如右圖所示，其中 A 代表為其中一個氦氣分子，請回答氣體粒子的情形(假設為理想氣體)：



（A）當 A 氣體分子連續撞擊左、右器壁共 N 次之後，其能量漸減，為原來的 $\frac{1}{N}$ 倍

（B）假設容器內僅有 8 個氦氣分子，4 個分子會撞擊右邊、4 個撞擊左邊

（C）此時的溫度為 $\frac{mv^2}{3k}K$

（D）當 A 氣體分子撞擊右邊器壁的力大小為 F_1，而右邊器壁給予 A 氣體分子的力大小為 F_2，$F_1 = F_2$

（E）A 氣體分子連續撞擊器壁一段時間後，速率不一定會等於平均速率。

【參考答案】：（**D**）（**E**）

【考題難度】：★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十三章 氣體動力論

【解題策略】：（1）理想氣體的微觀模型（氣體分子的基本假設）：

①氣體由數目極大的分子所組成。

②氣體分子的總體積遠小於所佔有的活動空間，可忽略不計而視爲質點。

③分子的運動是隨機的，任一時段內向各方向運動的平均分子數目相等。

④分子運動遵守牛頓運動定律。

⑤分子可視爲微小的剛體，個別分子間的碰撞或分子碰撞容器，都是完全彈性的。碰撞時間極短，可以忽略。

⑥除碰撞之外，分子間無相互作用力，故在兩次碰撞之間分子以等速直線運動。

（2）熱力平衡下密閉容≠器內氣體壓力－
$$\begin{cases} 巨觀：P = \dfrac{nRT}{V} = \dfrac{NkT}{V} \\ 微觀：P = \dfrac{1}{3}m \cdot \overline{v^2} \cdot \dfrac{N}{V} = \dfrac{1}{3}m \cdot {v_{rms}}^2 \cdot \dfrac{N}{V} \end{cases}$$

【試題解析】：

$(A)\times$　（1）分子可視為微小的剛體，當分子碰撞容器，都是完全彈性的。能量不損失。

$(B)\times$　（2）分子數目太少，不符合理想氣體的微觀模型。

$(C)\times$　（3）依 $\boxed{P = \frac{1}{3}m \cdot {v_{r.m.s.}}^2 \cdot \frac{N}{V}} \xrightarrow{熱力平衡} 3PV = Nm \cdot {v_{r.m.s.}}^2$

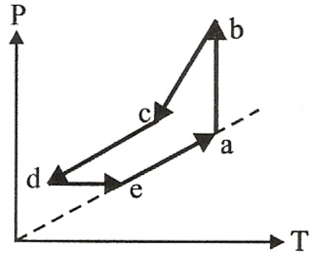
又 $\boxed{PV = NkT} \xrightarrow{代入上式} 3NkT = Nm \cdot {v_{r.m.s.}}^2$，$T = \frac{m{v_{r.m.s.}}^2}{3k}$

（$v_{r.m.s.}$：具代表群分子之平均速率，圖示 v 不合！）

$(D)O$　（4）分子碰撞容器，F_1、F_2 互為作用力與反作用力。

$(E)O$　（5）單一分子經多次彈碰，其速率不一定會等於平均速率。

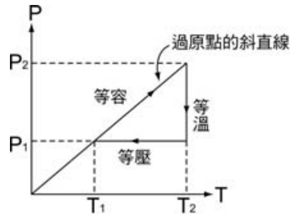
23. 一定質量之理想氣體，在壓力(P)–絕對溫度(T)圖的關係圖中如右圖所示，$\overline{ea}$之延長線通過原點，則下列敘述何者正確？



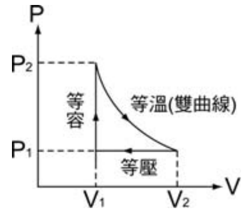
（A）a到b之等溫過程中體積增加
（B）e到a之過程中體積不變
（C）b到d之過程中體積先變小再變大，且狀態d的體積比狀態b的體積大
（D）d到e之等壓過程中體積增加
（E）狀態d之體積最小。

【參考答案】：(**B**)(**D**)(**E**)
【考題難度】：★★
【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十三章 氣體動力論
【解題策略】：熱力循環：

在密閉容器，對一定量的理想氣體常進行以下的各種熱力過程，以組成某一特定的功能，循環於熱機中。
（1）熱力循環表現於「$P-T$ 圖」中：如下圖(a)所示。
（2）熱力循環表現於「$P-V$ 圖」中：如下圖(b)所示。



(a)



(b)

【試題解析】：$(A)\times$　（1）依 $\boxed{PV=nRT}\xrightarrow{a\to b:T,n,R=const.}P\propto\dfrac{1}{V}$，得知$\begin{cases}P\uparrow\\V\downarrow\end{cases}$，$V_a>V_b$。

$(B)O$　（2）依 $\boxed{PV=nRT}\xrightarrow{P-T\text{圖中}:e\to a\text{延長線過原點}}P\propto T$，故$V=const.$，$V_a=V_e$。

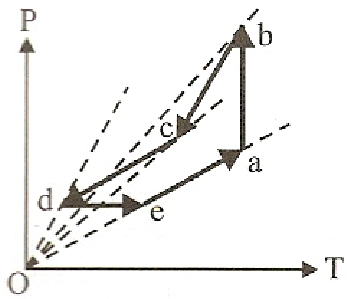
$(C)\times$　（3）①依 $\boxed{PV=nRT}\xrightarrow{P-T\text{圖關係線斜率}:m=\frac{P}{T}}m=\dfrac{P}{T}\propto\dfrac{1}{V}$，得知$\begin{cases}m\downarrow\\V\uparrow\end{cases}$。

②由右圖示 $m_{\overline{Od}}>m_{\overline{Ob}}>m_{\overline{Oc}}$，得知 $V_d<V_b<V_c$，即b到d之過程中體積「先變大再變小」。

$(D)O$　（4）依 $\boxed{PV=nRT}\xrightarrow{d\to e:P,n,R=const.}V\propto T$

得知$\begin{cases}T\uparrow\\V\uparrow\end{cases}$，$V_d<V_e$。

$(E)O$　（5）承（3），得知各狀態中 $(m_{\overline{Od}})_{\max}$，即 $(V_d)_{\min}$。



24. 質量 M 之質點繞半徑 L 的鉛直圓軌道做圓周運動，在最低點的速度為 $6\sqrt{gL}$，如果每繞完 $\frac{1}{4}$ 圈，力學能就少 $\frac{MgL}{4}$ 焦耳，求下列敘述何者正確？

（A）經過最高點的次數為 16 次

（B）最後一次過最高點後，物體仍能沿圓軌道到最低點

（C）倒數第二次通過最高點時，向心力為 $3Mg$

（D）一開始，在最低點的向心力為 $36Mg$

（E）每繞一圈，最低點的軌道正向力就少 $1Mg$ 。

【參考答案】：（**A**）（**C**）（**D**）

【考題難度】：★★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第九章 位能與能量守恆定律

【解題策略】：廣義功能原理：

非保守力對物體（或系統）所做的總功，等於物體（或系統）的力學能改變量。

$$\boxed{W_{非保守力} = \Delta E = E_f - E_i} \xrightarrow{\text{力學能}} \begin{cases} 動能(E_K):\quad E_K = \frac{1}{2}mV^2 \\ 重力位能(E_P):\quad E_P = mgh \\ 彈力位能(E_e):\quad E_e = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \end{cases}$$

【試題解析】：$(A)O$ （1）①依 $\boxed{W_{非保守力} = \Delta E}$（令質點第一次抵達最高點時的速率為 V_T）

$$-\frac{MgL}{4}\times 2 = (\frac{1}{2}M\cdot V_T^{\,2} + Mg\cdot 2L) - \frac{1}{2}M\cdot\left(6\sqrt{gL}\right)^2，V_T = \sqrt{31gL}$$

②完成鉛直面圓周運動，質點在最高位置的最低速率為 $\sqrt{gL}$ ，設質點可再有 N 次抵達最高點位置：

$$\frac{1}{2}M\cdot V_T^{\,2} - N\cdot\left(\frac{MgL}{4}\times 4\right) \geq \frac{1}{2}M\cdot\left(\sqrt{gL}\right)^2，N\leq 15 \xrightarrow{\text{取}} N = 15$$

∴經過最高點共計 $15+1=16$ 次。

$(B)\times$ （2）承（1），質點最後一次抵達最高位置之速率為 $\sqrt{gL}$（恰符「光滑」圓軌道之頂點條件），再沿圓滑軌而下時，持續因力學能的損失，終將導致向心力之不足而無法抵達最低點。

$(C)O$ （3）令倒數第二次過最高點時速率為 V_{15}：

$$\frac{1}{2}M\cdot V_{15}^{\,2} - \left(\frac{MgL}{4}\times 4\right) = \frac{1}{2}M\cdot V_{16}^{\,2} \xrightarrow{V_{16}=\sqrt{gL}} V_{15} = \sqrt{3gL}$$

依 $\boxed{F_n = m\cdot\frac{V^2}{r}}$ $(F_n)_{15} = M\cdot\frac{V_{15}^{\,2}}{L} = 3Mg$

$(D)O$ （4）同（3），得 $(F_n)_1 = M\cdot\frac{V_1^{\,2}}{L} \xrightarrow{V_1=6\sqrt{gL}} (F_n)_1 = 36Mg$

$(E)\times$ （5）令第二次通過最低點時速率為 V_2：

$$\frac{1}{2}M\cdot V_1^{\,2} - \left(\frac{MgL}{4}\times 4\right) = \frac{1}{2}M\cdot V_2^{\,2}\ V_2 = \sqrt{34gL}$$

$$\therefore\ (F_n)_2 = M\cdot\frac{V_2^{\,2}}{L} = 34Mg \xrightarrow{\text{正向力差:}\Delta F_n} \Delta(F_n)_{12} = 2Mg$$

第貳部分：計算題

一、假設有一體積為V的甲容器，裝有某單原子理想氣體，若壓力為P、密度為ρ。若加熱甲容器至溫度為T，以一細導管連接裝有相同氣體的乙容器，乙容器的體積為甲容器的2倍、乙容器的壓力為甲容器的3倍、乙容器的絕對溫度為甲容器的1.5倍，若此兩密閉容器在絕熱混合後，試求：

（1）甲容器內氣體分子之方均根速率為何？（以ρ表示）

（2）混合後的溫度為何？（以T表示）

（3）混合後的壓力為何？（以P表示）

（4）有若干氣體流入甲容器？

【參考答案】：（1）$\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}$；（2）$\dfrac{7}{5}T$；（3）$\dfrac{7}{3}P$；（4）$\dfrac{2PV}{3kT}$

【考題難度】：★★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第十三章 氣體動力論

【解題策略】：（1）熱力平衡下密閉容器內：

$$\text{氣體壓力}-\begin{cases}\text{巨觀}:P=\dfrac{nRT}{V}=\dfrac{NkT}{V}\\ \text{微觀}:P=\dfrac{1}{3}m\cdot\overline{v^2}\cdot\dfrac{N}{V}=\dfrac{1}{3}m\cdot v_{rms}{}^2\cdot\dfrac{N}{V}\end{cases}\begin{cases}P:\text{氣體壓力}\left(N/m^2\right)\\ V:\text{容器體積}\left(m^3\right)\\ n:\text{氣體莫耳數}(mole)\\ R:\text{氣體常數}(8.3)\\ T:\text{氣體溫體}(K)\\ m:\text{單一分子質量}(kg)\end{cases}$$

（2）氣體動力論：

①分子的方均根速率（$V_{r.m.s}$）－$V_{r.m.s.}=\sqrt{\overline{v_i{}^2}}=\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}=\sqrt{\dfrac{3kT}{m}}$

②分子的平均動能（$\overline{E_K}$）－$\overline{E_K}=\dfrac{3}{2}kT$

③定量氣體（N或n一定），這些氣體分子總質心動能－

$$(E_K)_T=N\overline{E_{KC}}=\frac{3}{2}PV=\frac{3}{2}NkT=\frac{3}{2}nRT$$

④混合氣體，各項物理量（如末壓P_f、末溫T_f等），均依「分子總質心動能守恆」，計算求得。

【試題解析】：（1）「混合前」：甲容器

依 $P=\dfrac{1}{3}mv_{rms}{}^2\dfrac{N}{V}\xrightarrow{\text{方均跟速率}:v_{rms}}v_{rms}=\sqrt{\dfrac{3PV}{Nm}}=\sqrt{\dfrac{3PV}{M}}=\sqrt{\dfrac{3P}{\left(\dfrac{M}{V}\right)}}=\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}$

（2）依 $\Sigma E_C=const.$ $(E_K)_C=N\overline{E_{KC}}=\dfrac{3}{2}PV=\dfrac{3}{2}NkT=\dfrac{3}{2}nRT$

$$\frac{3}{2}(P\cdot V)+\frac{3}{2}(3P\cdot 2V)=\frac{3}{2}(n_{\text{甲}}+n_{\text{乙}})R\cdot T_f\cdots(a)$$

又 $PV=nRT$ $\begin{cases}n_{\text{甲}}=\dfrac{PV}{RT}\\ n_{\text{乙}}=\dfrac{3P\cdot 2V}{R\cdot 1.5T}=\dfrac{4PV}{RT}\end{cases}\xrightarrow{\text{代入}(a)\text{式,化簡}}T_f=\dfrac{7}{5}T$

（3）同（2），得 $\dfrac{3}{2}(P\cdot V)+\dfrac{3}{2}(3P\cdot 2V)=\dfrac{3}{2}P_f\cdot(V+2V)$，$P_f=\dfrac{7}{3}P$

（4）混合後甲容器內儲有分子數 $n'_{甲}=\dfrac{P_f\cdot V}{R\cdot T_f}=\dfrac{5PV}{3RT}$

$\therefore\ \Delta n=n'_{甲}-n_{甲}=\dfrac{5PV}{3RT}-\dfrac{PV}{RT}=\dfrac{2PV}{3RT}$（$\Delta n=\dfrac{2PV}{3kT}$ 亦可！）

【觀念分析】：（1）本題應設定甲容器加熱至溫度為 T 時，「體積」不變，方才符合各給定的答案！

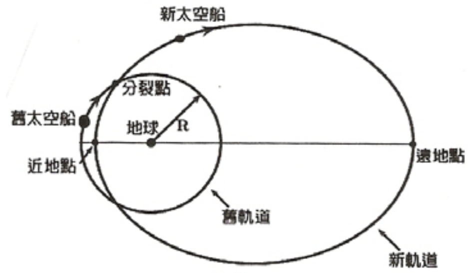
（2）提供「混合後」甲容器內氣體分子之方均根速率：

依 $\boxed{PM_0=\rho RT}\xrightarrow{M_0,R=const.}\rho\propto\dfrac{P}{T}$，$\dfrac{\rho}{\rho'}=\dfrac{P}{\left(\frac{7}{3}P\right)}\cdot\dfrac{\left(\frac{7}{5}T\right)}{T}=\dfrac{3}{5}$，$\rho'=\dfrac{5}{3}\rho$

又 $\boxed{V_{r.m.s.}=\sqrt{\dfrac{3P}{\rho}}}$ $V_{r.m.s.}=\sqrt{\dfrac{3P_f}{\rho'}}=\sqrt{\dfrac{3\cdot(\frac{7}{3}P)}{\left(\frac{5}{3}\rho\right)}}=\sqrt{\dfrac{21P}{5\rho}}$

二、有一質量為 m 的太空船在距地心 R 處作等速率圓周運動，今太空船欲前往另一個新的橢圓軌道上執行任務。此時，將船體質量 $\frac{1}{6}$ 截斷並以速度 $\sqrt{\frac{26GM}{9R}}$ 往地心方向拋出，則太空船會駛入新的橢圓軌道如右圖所示，若太空船在新軌道的近地點速度大小為 $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{GM}{R}}$，遠地點的速度大小為 $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{GM}{R}}$（這裡 G 為萬有引力常數，M 為地球質量），又太空船拋射的時間極短，則

（1）太空船作圓周運動時的週期及速率為何？（2 分）
（2）太空船分裂後的速度大小為何？（4 分）
（3）太空船於新軌道上的週期為何？（4 分）



【參考答案】：（**1**）$2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$、$\sqrt{\frac{GM}{R}}$；（**2**）$\sqrt{\frac{14GM}{9R}}$；

（**3**）$\frac{27}{4}\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

【考題難度】：★★★

【命題出處】：物質科學物理篇（下）－第九章 位能與能量守恆定律

【解題策略】：（1）動量守恆定律：

系統所受合外力爲零時，系統的總動量將保持不變，此稱爲動量守恆定律。

$$\boxed{\vec{F}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\vec{P}'(t)\xrightarrow{當\Sigma\vec{F}=0}\vec{P}(t)=const.}$$

（2）等速率圓周運動：

$$\boxed{\Sigma F_n=ma_n=m\cdot\frac{V^2}{r}=mr\omega^2=4\pi^2mrf^2=\frac{4\pi^2mr}{T^2}}$$

（3）克卜勒行星第二運動定律：等面積速率定律

$$\boxed{\frac{\Delta A}{\Delta t}=\frac{1}{2}rV\sin\theta=const.}\ (\ \theta:\vec{r}、\vec{V}\text{ 間之夾角})$$

（4）克卜勒行星第三運動定律：週期定律

$$\boxed{\frac{R^3}{T^2}=const.}\Leftrightarrow\boxed{\frac{R_1^3}{T_1^2}=\frac{R_2^3}{T_2^2}}$$

【試題解析】：（1）太空船作等速率圓周運動：

依 $\boxed{F_n=m\cdot\frac{V^2}{r}}\xrightarrow{F_g=F_n,r=R}\frac{GMm}{R^2}=m\cdot\frac{V^2}{R}$，$V=\sqrt{\frac{GM}{R}}$

又 $\boxed{V=\frac{2\pi r}{T}}\xrightarrow{代入V}T=\frac{2\pi R}{\left(\sqrt{\frac{GM}{R}}\right)}=2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$

（2）太空船船體截斷瞬間動量守恆：

依 $\boxed{\Sigma\vec{P}=\Sigma(m\cdot\vec{V})_i=const.}$ $m\cdot\sqrt{\frac{GM}{R}}\vec{t}=\frac{5}{6}m\cdot\vec{u}-\frac{1}{6}m\cdot\sqrt{\frac{26GM}{9R}}\vec{n}$

得 $\vec{u}=\frac{1}{5}\sqrt{\frac{26GM}{9R}}\vec{n}+\frac{6}{5}\sqrt{\frac{GM}{R}}\vec{t}\Leftrightarrow\boxed{\vec{u}=u_n\vec{n}+u_t\vec{t}}$

∴太空船分裂後的速度大小 $u=\sqrt{\left(\frac{1}{5}\sqrt{\frac{26GM}{9R}}\right)^2+\left(\frac{6}{5}\sqrt{\frac{GM}{R}}\right)^2}=\sqrt{\frac{14GM}{9R}}$

（3）太空船運行於新軌道上：$u_t = \frac{6}{5}\sqrt{\frac{GM}{R}}$

依 $\boxed{\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} r V \sin\theta = const.}$ $\begin{cases} \frac{1}{2} R \cdot u_t = \frac{1}{2} r_{\min} \cdot \frac{4}{3}\sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow r_{\min} = \frac{9}{10} R \\ \frac{1}{2} R \cdot u_t = \frac{1}{2} r_{\max} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow r_{\max} = \frac{18}{5} R \end{cases}$

由 $\boxed{\overline{R} = \frac{r_{\min} + r_{\max}}{2}} \xrightarrow{\text{平均軌道半徑:}\overline{R}} \overline{R} = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{10} R + \frac{18}{5} R\right) = \frac{9}{4} R$

又 $\boxed{\frac{R^3}{T^2} = const.}$ ，$t = \frac{27}{4}\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$