

台北市私立再興中學 99 學年度物理科

學科能力競賽試題詳解

範圍：力學・熱學

湯烈漢老師詳解

1. 某一物體以 V_0 的速率鉛直向上拋出，可達的最大高度為 h ，若在斜角 θ 的斜面上，以相同的速率沿斜面向上運動，最遠也可滑行 h 的距離，則此物體與斜面間之滑動摩擦係數等於：

(A) $\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$ (B) $\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$ (C) $\frac{V_0^2-2gh\sin\theta}{\cos\theta}$ (D) $\frac{1+\sin\theta}{\cos\theta}$ (E) $\frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ 。

【答案】：(A)

【解答】：(1) 依上拋公式： $V^2 = V_0^2 - 2gh$ $0 = V_0^2 - 2gh$ ， $V_0^2 = 2gh \dots\dots(a)$

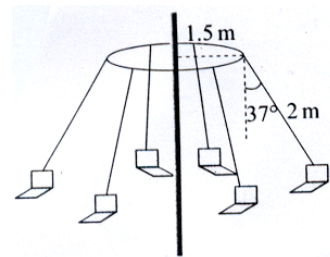
(2) 依斜面上拋公式： $V^2 = V_0^2 - 2aS$ $a = g(\sin\theta + \mu_K \cdot \cos\theta)$

$$0 = V_0^2 - 2g(\sin\theta + \mu_K \cdot \cos\theta)h \dots\dots(b)$$

由 (a) 代入 (b)，得 $\mu_K = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

2. 如右圖(1)所示，遊樂場內的旋轉吊椅，其與鉛直線的夾角會隨著轉速增加而增加。已知掛椅懸掛環半徑為 $1.5m$ ，懸掛線長為 $2m$ 。則當吊椅與鉛直線夾角維持 37° 時，旋轉的角速度為多少 rad/sec ？

- (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{25}{6}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{25}{4}$ (E) $\frac{81}{4}$



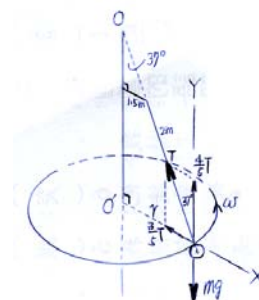
圖(1)

【答案】：(A)

【解答】：取吊椅為隔離體圖：如右圖所示

$$\text{依} \begin{cases} X\text{軸}: \Sigma F_x = F_n = mr\omega^2 & \frac{3}{5}T = m \cdot (1.5 + 2 \times \sin 37^\circ) \cdot \omega^2 \dots (1) \\ Y\text{軸}: \Sigma F_y = 0 & \frac{4}{5}T = mg \dots (2) \end{cases}$$

$$\text{由} \frac{(1)}{(2)}, \text{得} \frac{3}{4} = \frac{2.7}{g} \cdot \omega^2 \xrightarrow{g=10m/sec^2} \omega = \frac{5 \text{ rad}}{3 \text{ sec}}$$



3. 如右圖 (2) 所示，當斜面傾斜角度 $\theta = 37^\circ$ 時，物體沿斜面等速度下滑。

今將 θ 增為 53° ，則物體之加速度為重力加速度的若干倍？

- (A) $\frac{9}{20}$ (B) $\frac{7}{20}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{4}{5}$ 。

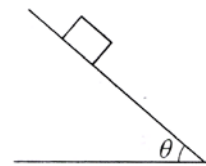


圖 (2)

【案】：(B)

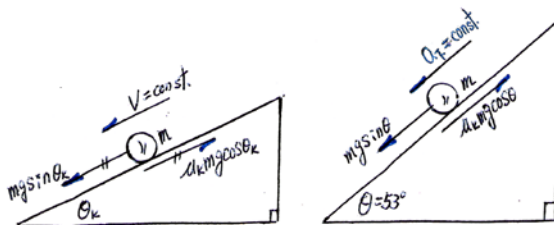
【解答】：(1) 物體在粗糙斜面等速下滑：

依 $\boxed{\Sigma F = 0}$ $mg \sin \theta_k = \mu_k \cdot mg \cos \theta_k$ ， $\mu_k = \tan \theta_k \xrightarrow{\text{數值}} \mu_k = \tan 37^\circ = \frac{3}{4}$

(2) 物體在粗糙斜面等加速度下滑：

依 $\boxed{\Sigma F = ma}$ $mg \sin \theta - \mu_k \cdot mg \cos \theta = ma_{\text{下}}$ ， $a_{\text{下}} = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$

$\therefore a_{\text{下}} = g\left(\sin 53^\circ - \frac{3}{4} \cdot \cos 53^\circ\right) = \frac{7}{20}g$ ， $\frac{a_{\text{下}}}{g} = \frac{7}{20}$

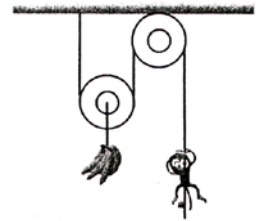


4. 如右圖(3)所示，香蕉與小猴子以動滑輪與定滑輪連接，已知香蕉重量 10kgw ，小猴子重量 4kgw ，且不考慮滑輪的重量以及滑輪與繩子間的摩擦力。今欲保持香蕉靜止不動，則小猴子需如何運動才能達到目的?(設重力加速度 $g = 10\text{m/sec}^2$)

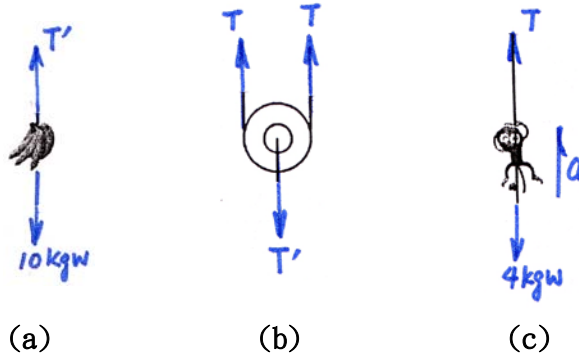
- (A) 加速度 1m/sec^2 向上 (B) 加速度 2.5m/sec^2 向上
(C) 加速度 1.5m/sec^2 向上 (D) 加速度 1.5m/sec^2 向下
(E) 加速度 2m/sec^2 向下。

【答案】：(B)

【解答】：分別取動滑輪、香蕉、小猴子為隔離體圖，如下圖所示。



圖(3)



(1) 香蕉： $\Sigma F_y = 0 \xrightarrow{\text{圖(a)}} T' = 10\text{kgw}$

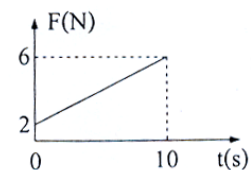
(2) 動滑輪：依 $\Sigma F_y = ma_y \xrightarrow{\text{圖(b), 不計質量, } m=0} \Sigma F_y = 0$ ， $2T = T' = 10\text{kgw}$ ， $T = 5\text{kgw}$

(3) 小猴子： $\Sigma F_y = ma_y \xrightarrow{\text{圖(c)}} (5 - 4) \times 10 = 4 \times a_y$ ， $a_y = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \uparrow$

5. 質量 5 kg 的物體在光滑地面上以 6 m/sec 的速度向東運動，突然受向西的力作用 10 sec ，作用力 F 對時間 t 關係如右圖（4）所示，作用力對物體所作的功為：

- (A) 40 J (B) -70 J (C) -80 J (D) 160 J (E) 490 J 。

【答案】：(C)



圖（4）

【解答】：(1) 依 $J = F \cdot \Delta t$ $\vec{J} = \frac{1}{2}(2+6) \cdot 10 = 40\text{ N} \cdot \text{sec}$ ， $\leftarrow = -40\hat{i}$

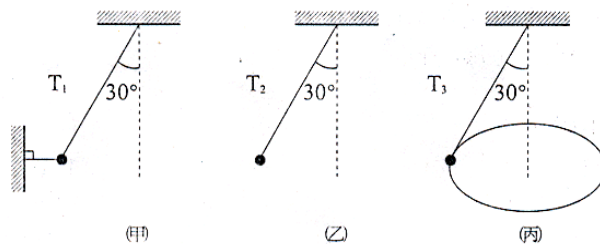
(2) 依 $J = \Delta P = m \cdot \Delta V = m(V_f - V_i)$ ($\rightarrow$ ， $+$)

$$-40\hat{i} = 5(\vec{V}_f - 6\hat{i})，\vec{V}_f = -2\hat{i}$$

$$\text{又 } W_{\text{外}} = \Delta E_K \quad W_{\text{外}} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot [(-2)^2 - 6^2] = -80\text{ J}$$

6. 將相同的小球，以相同的細線懸吊，三種懸吊方法如右圖（5）所示，（甲）為靜力平衡時、（乙）為甲圖中剪斷水平線後的瞬間、（丙）為小球在水平面上做等速率圓周運動。三種情況中，細線的張力分別為 T_1 、 T_2 、 T_3 ，則 $T_1 : T_2 : T_3$ 為何？

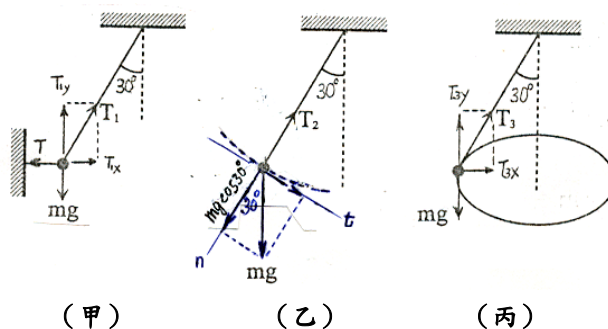
- (A) $1 : 1 : 1$ (B) $1 : \sqrt{3} : 2$
 (C) $4 : 3 : 4$ (D) $1 : 1 : 2$
 (E) $\sqrt{3} : \sqrt{3} : 2$ 。



圖（5）

【答案】：(C)

【解答】：分別取各圖示下的小球為隔離體圖，繪製如下。



(1) 甲圖： $\Sigma F_y = 0$ $T_{1y} = T_1 \cdot \cos 30^\circ = mg$ ， $T_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} mg$

(2) 乙圖： $\Sigma F_n = 0$ $T_2 = mg \cos 30^\circ$ ， $T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} mg$

(3) 丙圖： $\Sigma F_y = 0$ $T_{3y} = T_3 \cdot \cos 30^\circ = mg$ ， $T_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} mg$

(4) 承 (1) ~ (3) 得 $T_1 : T_2 : T_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} : \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{2}{\sqrt{3}} = 4 : 3 : 4$

7. 如右圖 (6) 所示，台車 B 在光滑斜面上加速下滑。若 A 物置於 B 上且與 B 不分離，則 AB 間的靜摩擦係數最小可為若干？

- (A) 0.8 (B) 0.64 (C) 0.6
(D) 0.5 (E) 0.9。

【答案】：(A)

【解答】：取物塊 A 為隔離體圖，同時分解各接觸力如右圖所示。

$$X \text{ 軸方向： } \boxed{\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}} \quad \frac{4}{5}f_r + \frac{3}{5}mg - \frac{3}{5}N = m \cdot a \dots\dots(1)$$

又物塊 A 沿斜面方向的加速度為 $a = g \sin 37^\circ = \frac{3}{5}g$ ，

代入(1)式，則

$$4f_r + 3mg - 3N = 3mg, \quad f_r = \frac{3}{4}N \leq (f_s)_{\max} = \mu_s \cdot N$$

得 $\mu_s \geq 0.75 \xrightarrow{\text{取}} \mu_s = 0.8$

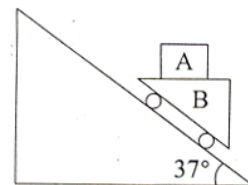
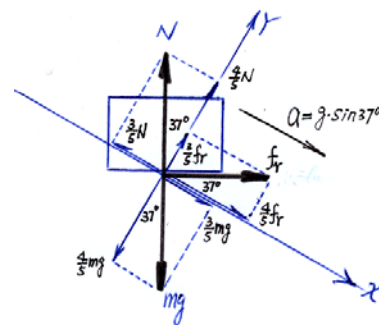


圖 (6)



8. 如右圖 (7) 所示，小球質量為 m ，以質量不計的三根相同彈簧 a 、 b 及 c 拉住，其中 c 是鉛直豎立， a 、 b 及 c 間的夾角為 120° ，當小球平衡時， a 、 b 、 c 的彈力比為 $3:3:1$ ，則下列何者可能是剪斷 c 彈簧的瞬間，小球的加速度及方向？

- (A) $\frac{g}{2}$ ，鉛直向下 (B) $\frac{g}{2}$ ，鉛直向上
 (C) $\frac{g}{4}$ ，鉛直向下 (D) $\frac{g}{4}$ ，鉛直向上
 (E) $\frac{g}{8}$ ，鉛直向上。

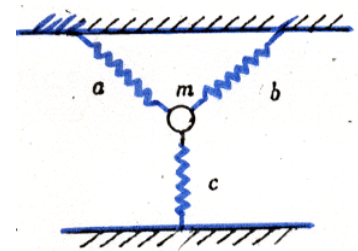
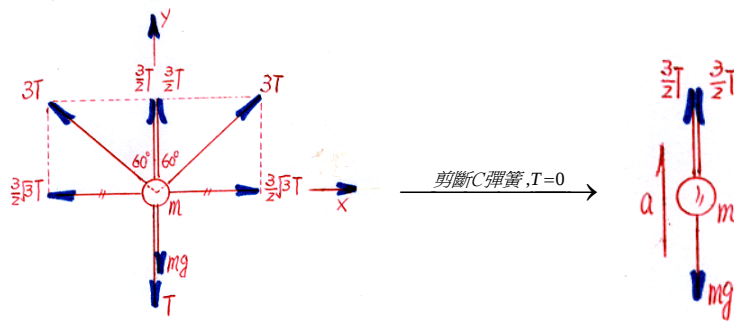


圖 (7)

【答案】：(B)

【解答】：(1) 取小球為分離體圖：



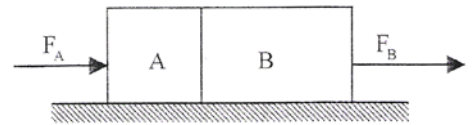
$$Y \text{ 軸：} \boxed{\Sigma Y = 0} \quad \frac{3}{2}T \times 2 = T + mg, \quad T = \frac{1}{2}mg$$

(2) 承 (1)，剪斷彈簧 C 瞬間， $T = 0$ ，小球將受力不平衡：

$$\text{依 } \boxed{\Sigma F_y = ma_y} \quad \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2}mg \right) \times 2 - mg = m \cdot a, \quad a = \frac{1}{2}g, \uparrow$$

9. 如右圖(8)所示 A、B 兩物體靠在一起，靜置在光滑的水平面上，質量分別為 $m_A = 3\text{kg}$ 、 $m_B = 6\text{kg}$ 。今用水平力 F_A 推 A，用水平力 F_B 拉 B。 $F_A(t) = 9 - 2t(N)$ ， $F_B(t) = 3 + 2t(N)$ ，則從 $t = 0\text{sec}$ 開始到 A、B 恰脫離，此時它們的位移大小為何？

- (A) $\frac{4}{3}$ 米 (B) $\frac{3}{2}$ 米 (C) $\frac{25}{6}$ 米
(D) $\frac{25}{3}$ 米 (E) $\frac{2}{3}$ 米。



圖(8)

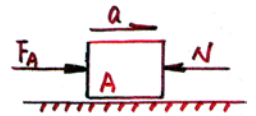
【答案】：(C)

【解答】：(1) 依 $\boxed{\vec{\Sigma F} = m\vec{a}}$ $(9 - 2t) + (3 + 2t) = (3 + 6) \cdot a$ ， $a = \frac{4}{3} \frac{m}{\text{sec}^2}$

(2) 取物塊 A 為隔離體圖：令兩物塊未分離時彼此間之作用力為 N

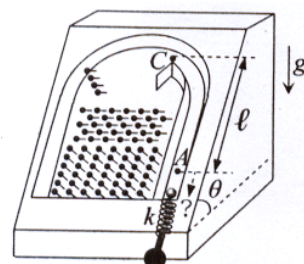
$$F_A - N = 3 \times \frac{4}{3}, \quad N = 5 - 2t \xrightarrow{\text{物塊分離時: } N=0} t = 2.5\text{sec}$$

由 $\boxed{S = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2} \xrightarrow{V_0=0} S = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times (2.5)^2 = \frac{25}{6} m$



10. 如右圖（9）所示，有一所有表面均光滑的彈珠台，檯面傾斜角為 θ 、彈簧力常數為 k 、彈珠質量為 m 、重力加速度為 g 、彈簧原長處為A點、A點沿斜面至與C點等高處的直線距離為 l 。已知若要有得分機會，須使彈珠彈到C處速率大於零，則彈簧的壓縮量至少應大於多少？

- (A) $\frac{mg + \sqrt{(mg)^2 + 2mgkl}}{k}$ (B) $\frac{mgl}{k}$ (C) $\sqrt{\frac{2mgl \sin \theta}{k}}$
 (D) $\frac{mg \sin \theta + \sqrt{(mg \sin \theta)^2 + 2mgkl \sin \theta}}{k}$ (E) $\sqrt{\frac{2mgl}{k}}$ 。



圖（9）

【答案】：(D)

【解答】：依 $\Sigma E_T = E_K + U = \text{const.}$ 定彈珠釋放處為零位面 ($h = 0$)

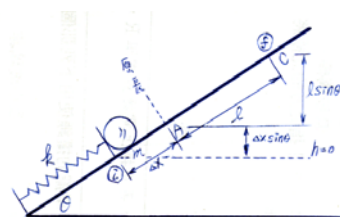
$$\textcircled{i} \rightarrow \textcircled{f} : \quad 0 \quad + \quad 0 \quad + \quad \frac{1}{2}k \cdot \Delta x^2 = \frac{1}{2}mV_C^2 + mg(\Delta x + l) \cdot \sin \theta + \quad 0$$

(動能) (重力位能) (彈力位能) (動能) (重力位能) (彈力位能)

化簡，得 $V_C = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot \Delta x^2 - 2g \sin \theta \cdot \Delta x - 2gl \sin \theta} > 0$

$$\therefore \Delta x = \frac{2g \sin \theta + \sqrt{(2g \sin \theta)^2 - 4\left(\frac{k}{m}\right)(-2gl \sin \theta)}}{2\left(\frac{k}{m}\right)}$$

$$= \frac{mg \sin \theta + \sqrt{(mg \sin \theta)^2 + 2mgkl \sin \theta}}{k}$$



11. 如右圖 (10) 所示，一繩長 $L=1m$ ，所能承受的最大張力為 $200N$ ，其中一端固定在 O 點，另一端則繫有一質量 $0.4kg$ 的小石頭，懸點 O 距地面之高度 $H=21m$ ，當小石頭進行鉛直圓周運動時，恰在最低處繩斷了，求小石頭落地之水平射程 S 為若干？

- (A) $7\sqrt{10}m$ (B) $7\sqrt{5}m$ (C) $14\sqrt{10}m$
 (D) $14\sqrt{5}$ (E) $20\sqrt{5}m$ 。

【答案】：(C)

【解答】：(1) 小石頭進行鉛直圓周運動恰在最低處繩斷了，該瞬間繩張力達 $200N$ ：

$$\text{依 } \Sigma F_n = m \cdot \frac{V^2}{R} \quad 200 - 4 = 0.4 \cdot \frac{V^2}{1}, \quad V = 7\sqrt{10} \frac{m}{\text{sec}}$$

(2) 繩斷後，小石頭進行水平拋射運動：

$$\text{依 } T_f = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad T_f = \sqrt{\frac{2(21-1)}{10}} = 2\text{sec}$$

$$\text{又 } R = V_0 \cdot T_f \quad R = 7\sqrt{10} \times 2 = 14\sqrt{10}m$$

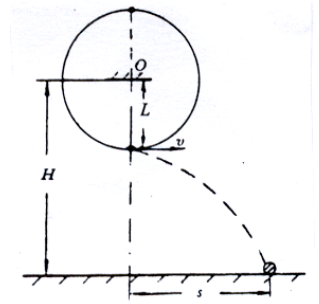
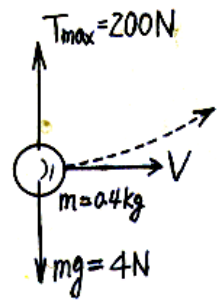


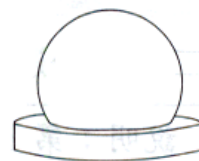
圖 (10)



12. 如右圖 (11) 所示，在溫度 0°C 時，有一圓環內半徑 r ，外半徑 R ，線膨脹係數 α_1 ；若將半徑 L ($L > r$)，線膨脹係數 α_2 的實心球水平放置在圓環上，求至少升溫至攝氏幾度時，球才會穿過圓環落下？($\alpha_1 > \alpha_2$)

(A) $\frac{L}{r}(\alpha_1 - \alpha_2)$ (B) $\frac{L}{2r(\alpha_1 - \alpha_2)}$ (C) $\frac{L - r}{(r\alpha_1 - L\alpha_2)}$

(D) $\frac{L + r}{(L\alpha_1 + r\alpha_2)}$ 。



【答案】：(C)

【解答】：(1) 設圓環、金屬球同時加溫至 $t^{\circ}\text{C}$ ，而金屬球恰可通過圓環，則

$$\begin{cases} 0^{\circ}\text{C} : r \xrightarrow{\text{升溫}} t^{\circ}\text{C} : r_t \\ 0^{\circ}\text{C} : L \xrightarrow{\text{升溫}} t^{\circ}\text{C} : L_t \end{cases} \Rightarrow \boxed{r_t \geq L_t}$$

(2) 依線膨脹公式： $\boxed{L_t = L_0(1 + \alpha \times t)}$ $r(1 + \alpha_1 \times t) \geq L(1 + \alpha_2 \times t)$

$$\therefore t \geq \frac{L - r}{r\alpha_1 - L\alpha_2}$$

13. 取一隔板，將一容器隔開成體積比 1:2 之左右兩室，之後封入同種單原子氣體，使左右兩室的壓力分別為 P_1 與 P_2 ，今將此隔板抽去，則平衡時容器之壓力為

(A) $P_1 + P_2$ (B) $\frac{P_1 + P_2}{2}$ (C) $\frac{P_1 + P_2}{3}$ (D) $\frac{P_1 + 2P_2}{3}$ (E) $\frac{2P_1 + P_2}{3}$ 。

【答案】：(D)

【解答】：氣體混合，依「分子總質心動能守恆」：

$$(E_K)_T = \frac{3}{2}PV \quad \frac{3}{2}P_1 \cdot V + \frac{3}{2}P_2 \cdot 2V = \frac{3}{2}P_f \cdot (V + 2V)$$

$$\therefore P_f = \frac{P_1 + 2P_2}{3}$$

14. 如右圖 (12) 所示，A 及 B 兩氣室，中央以隔板隔開，各置入相同之氣體，當兩者溫度相同時，A 之體積為 B 之 2 倍；將 A 室溫度保持不變，而將 B 室溫度升高為原來絕對溫度之 n 倍，假設隔板與氣室壁無摩擦且質量不計，則再度平衡時 B 之體積將增為原來之若干倍？

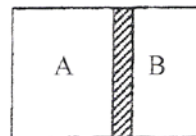


圖 (12)

- (A) $\frac{3n}{n+2}$ (B) $\frac{n}{3n+1}$ (C) $\frac{2n}{n+2}$ (D) $\frac{n}{2n+1}$ (E) $\frac{n}{n+2}$

【答案】：(A)

【解答】：(1) 加溫前：

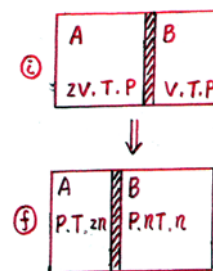
$$\text{依 } \boxed{PV = nRT} \xrightarrow{P, T = \text{const.}} n \propto V, \frac{n_A}{n_B} = \frac{2}{1}$$

(2) 加溫後：

$$\text{依 } \boxed{PV = nRT} \xrightarrow{P = \text{const.}} V \propto nT, \frac{V_A}{V_B} = \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot n} = \frac{2}{n}$$

$$\text{得 } (V_B)_f = (2V + V) \times \frac{n}{2+n} = \frac{3n}{2+n} V$$

$$\therefore \frac{(V_B)_f}{(V_B)_i} = \frac{\left(\frac{3n}{2+n}\right)V}{V} = \frac{3n}{2+n}$$



15. 有一熱水器每分鐘供給熱量 60000 卡，其中有百分之二十的熱量散失，其餘的熱量可以使水流量 $20\text{cm}^3/\text{sec}$ 的水管中的水從 流入到流出產生多少 $^{\circ}\text{C}$ 的溫差？
 (A) 80 (B) 60 (C) 50 (D) 40 (E) 20。

【答案】：(D)

【解答】：依 $H = m \times S \times \Delta t$ $\xrightarrow{V_{\text{H}_2\text{O}}=20\frac{\text{cm}^3}{\text{sec}} \Leftrightarrow m_{\text{H}_2\text{O}}=20\frac{\text{g}}{\text{sec}}}$ $\rightarrow \frac{60000 \times 80\%}{60} = 20 \times 1 \times \Delta t$ ， $\Delta t = 40^{\circ}\text{C}$